兰州大学 管理学院
School of Management ,Lanzhou University

第四讲 线性规划应用

宗胜亮

zongshl@lzu.edu.cn

Data
Models & Decisions

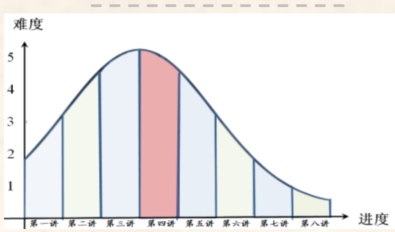
课程知识结构导航

纵横运筹学

理论分析

数据、模型、决策

- 不确定型决策
- 风险型决策
- 确定型决策



运筹学基础模型

原理、方法与操作

最大最小准则
最大最大准则
等可能性准则
乐观系数准则
后悔值准则

期望值准则
全情报价值准则
样本情报价值准则
效用值准则

线性规划模型
线性规划模型拓展
动态规划
排队论
存储论
…………

运筹学模型的应用拓展

原理、方法与操作

价值系数变化影响
常数项变化影响
百分之一百法则
相差值分析

LP灵敏度分析
线性规划应用
整数规划模型
运输问题模型
目标规划模型
网络优化模型

生产安排问题
排班问题
套裁下料问题
连续投资问题

纯整数规划模型
0-1整数规划模型
混合整数规划模型
整数规划的特殊应用

产销平衡运输模型
产大于销运输模型
销大于产运输模型
条件产销不平衡模型
转运问题模型

有优先级目标规划
加权目标规划

最短路模型
最小费用流模型
最大流模型
最小支撑树模型

案例引入：蔬菜运输方案

西兰物业公司承担了正大食品在全市92个零售店的肉类、蛋品和蔬菜的运送业务，运送业务要求每天4点钟开始从总部发货，必须在7:30前送完货（不考虑空车返回时间）。这92个零售点每天需要运送货物0.5吨，其分布情况为：5千米以内为A区，有36个点，从总部到该区的时间为20分钟；10千米以内5千米以上的为B区，有26个点，从总部到该区的时间为40分钟；10千米以上的为C区，有30个点，从总部到该区的时间为60分钟；A区各点间的运送时间为5分钟，B区各点间的运送时间为10分钟，C区各点间的运送时间为20分钟，A区到B区的运送时间为20分钟，B区到C区的运送时间为20分钟，A区到C区的运送时间为40分钟。每点卸货、验收时间为30分钟。该公司准备购买规格为2吨的运送车辆，每车购价5万元。

请用线性规划方法确定每天的运送方案，使购车总费用最少。

型式分类

型式分类

➢ 按约束条件特征分类

- 资源分配型问题（≤，资源约束）
- 成本收益平衡型问题（≥，收益约束）
- 网络配送型问题（=，确定需求约束）
- 混合型问题（≤，≥，=三种约束可能都有）

➢ 按目标函数特征分类

- 成本价值型问题
- 统计型问题

型式分类

- **资源分配问题的共性**

使用的资源数量⩽可用的资源数量

可用的资源数量－使用的资源数量=松驰量

- **三种数据**

每一种资源的可供量(b_i)

每一种活动所需要的各种资源数量(a_{ij})

每一种活动所需要的绩效测度的单位贡献(c_j)

型式分类

- **成本收益平衡问题的共性**

完成的水平≥最低可接受的水平

完成的水平－最低可接受的水平=剩余量

- **三种数据**

每种收益的最低可接受水平(b_i)

每一种活动对每一种收益的贡献(a_{ij})

每种活动的单位成本(c_j)

型式分类

- 网络配送问题的共性

  提供的数量=需要的数量

  松驰量、剩余量均等于0

- 混合问题的共性

  约束条件有多种形式，没有一类占主导地位

型式分类

➢ 成本价值型问题

目标函数的变量系数具有成本或价格的成份。主要特征是各系数表示的是广义的成本或价格，并且数值可大可小，可正可负。

对这类问题进行灵敏度分析时，有必要对相差值不为0的变量相对应的目标函数系数的变化以及所有目标函数系数的取值范围做详细的分析，这种分析一般都可以得到非常有益的分析结果。

型式分类

➢ 统计型问题

目标函数的变量系数不具有价值意义，只是一组统计数字。其主要特征是各系数的值都一样，表示统计时各变量具有相同权重，并且大多都是1。

对于这类问题，因为目标函数的各个变量系数都仅仅具有相同权重的统计意义，没必要对相差值和目标函数系数的取值范围做分析。

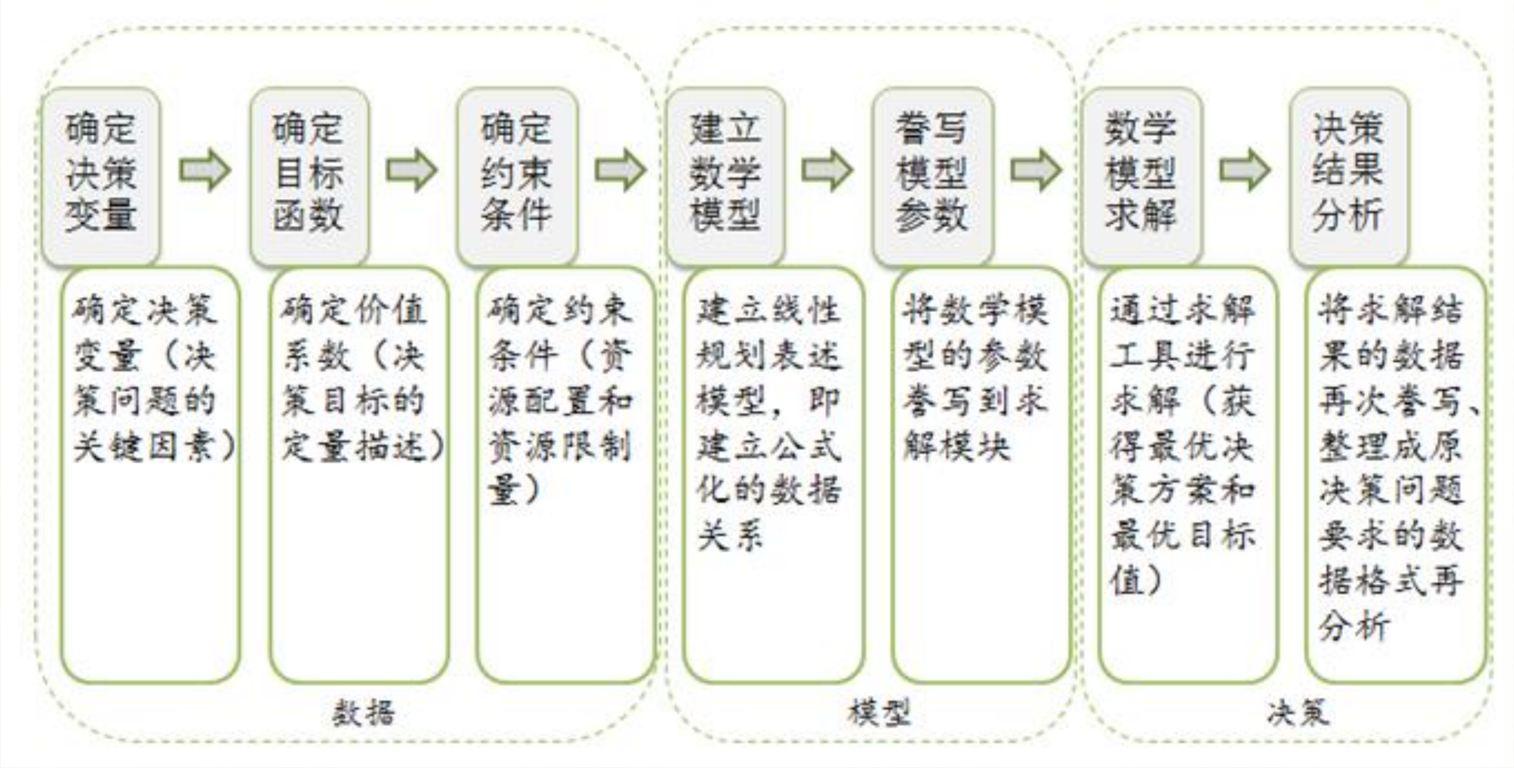
决策方法分类

➢ 三个层次的应用方法

- 传统应用方法，即公式化的线性规划数学模型应用
- 无公式化应用方法，即表格化的线性规划数学模型应用
- 智能式应用方法，即原始决策问题的线性规划数学模型应用

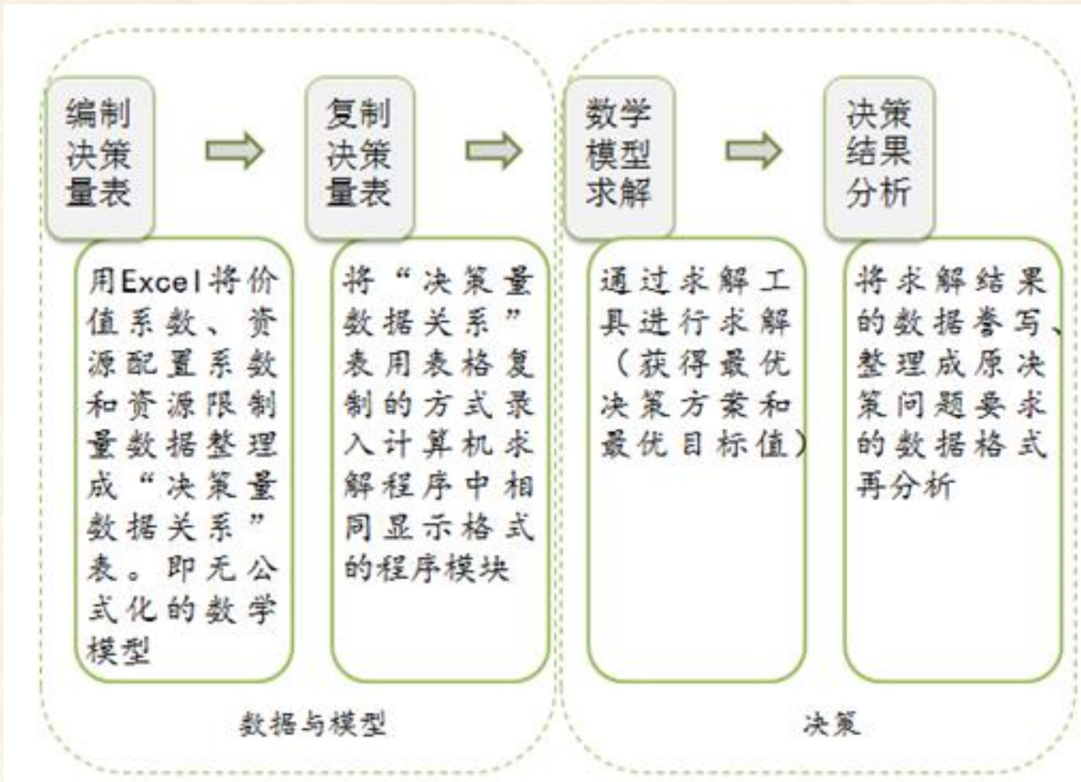
决策方法分类

➢ 传统应用方法



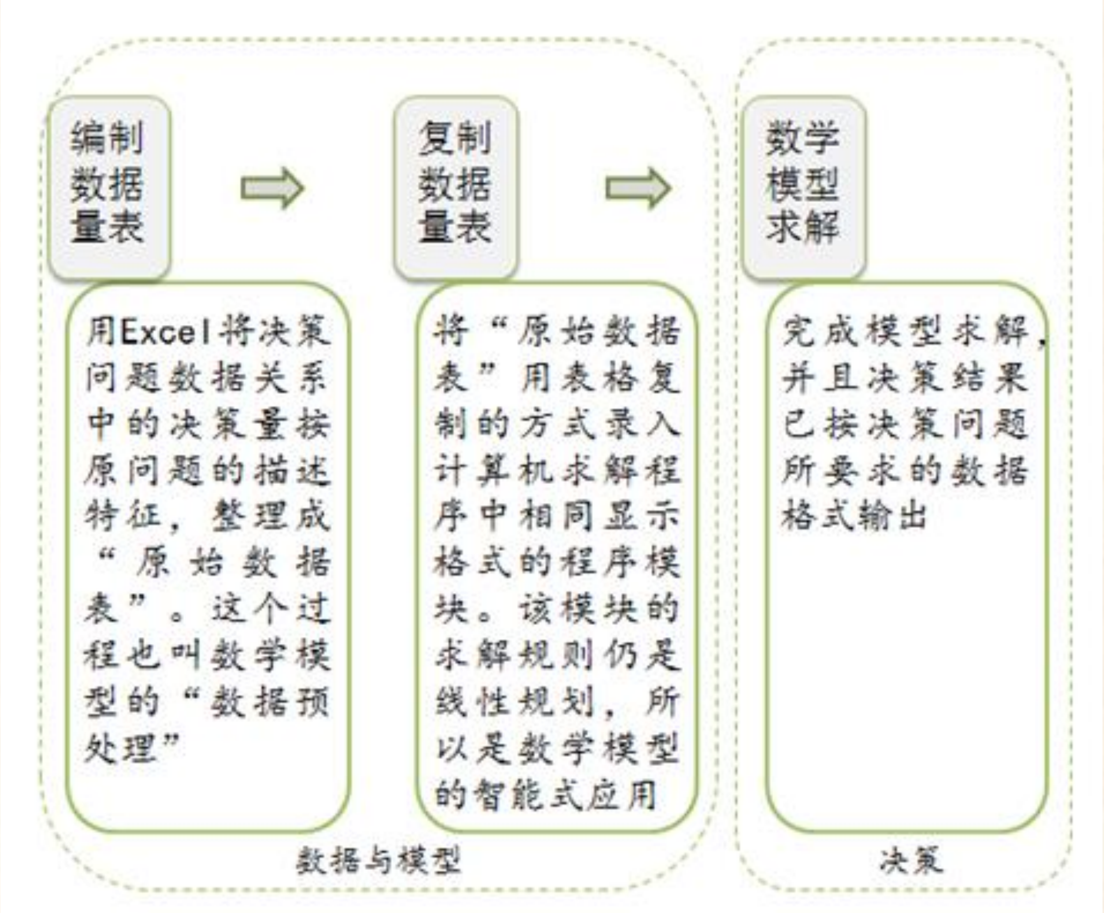
决策方法分类

➢ 无公式化应用方法



决策方法分类

➢ 智能式应用方法



资源分配型——产品自制及外购问题

例4.1 某工厂生产甲、乙、丙三种产品，这三种产品都要经过铸造、机械加工和装配三道工序。甲、乙两种产品的铸件可以外包协作，亦可以自行生产，但产品丙必须由本厂铸造才能保证质量。每种产品的工时、成本及利润如下表所示。工厂为了获得最大利润，甲、乙、丙三种产品各应生产多少件？甲、乙两种产品的铸件有多少由本公司铸造？有多少由外包协作？

工时与成本	甲	乙	丙	工时限制
每件铸造工时/小时	5	10	7	8000
每件机械加工工时/小时	6	4	8	12000
每件装配工时/小时	3	2	2	10000
自行生产铸件每件成本/元	3	5	4	
外包协作铸件每件成本/元	5	6	-	
机械加工每件成本/元	2	1	3	
装配每件成本/元	3	2	2	
每件产品售价/元	23	18	16	

资源分配型——产品自制及外购问题

一、设置决策变量

设：x_1、x_2、x_3分别为三道工序都由本工厂加工的甲、乙、丙三种产品的件数，x_4、x_5分别为由外包协作铸造再由本工厂进行机械加工和装配的甲、乙两种产品的件数。具体如下表：

成本费用单位：元

	甲		乙		丙	可用工时
变量（产量）	x_1	x_4	x_2	x_5	x_3	
每件铸造工时/小时	5	-	10	-	7	8000
每件机械加工工时/小时	6	6	4	4	8	12000
每件装配工时/小时	3	3	2	2	2	10000
自行生产铸件每件成本	3	-	5	-	4	
外包协作铸件每件成本	-	5	-	6	-	
机械加工每件成本	2	2	1	1	3	
装配每件成本	3	3	2	2	2	
成本	3+2+3=8	5+2+3=10	5+1+2=8	6+1+2=9	4+3+2=9	
每件产品售价	23		18		16	
单位产品利润	23-8=15	23-10=13	18-8=10	18-9=9	16-9=7	

二、确定目标函数

由上表可得所有产品的总利润为：

$$15x_1+10x_2+7x_3+13x_4+9x_5$$

得目标函数 $\max \quad z=15x_1+10x_2+7x_3+13x_4+9x_5$

三、确定约束条件

$$5x_1+10x_2+7x_3 \leq 8000 \quad \text{（铸造工时）}$$

$$6x_1+4x_2+8x_3+6x_4+4x_5 \leq 12000 \quad \text{(机械加工工时)}$$

$$3x_1+2x_2+2x_3+3x_4+2x_5 \leq 10000 \quad \text{（装配工时）}$$

可得线性规划数学模型：

$$\max \quad z=15x_1+10x_2+7x_3+13x_4+9x_5$$

$$\text{s.t.} \quad \begin{cases} 5x_1+10x_2+7x_3 \leq 8000 \\ 6x_1+4x_2+8x_3+6x_4+4x_5 \leq 12000 \\ 3x_1+2x_2+2x_3+3x_4+2x_5 \leq 10000 \\ x_i \geq 0 \quad (i=1, 2, \ldots, 5) \end{cases}$$

模型求解

资源分配型——产品自制及外购问题

运筹学模型求解系统-------线性规划问题

决策变量个数: 5　约束条件个数: 3　最大化　最小化　求 解　返 回

目标函数系数

	x1	x2	x3	x4	x5			
	15	10	7	13	9	约束条件实际值	约束关系	约束条件常数项
约束条件系数								
1	5	10	7			8000	<	8000
2	6	4	8	6	4	12000	<	12000
3	3	2	2	3	2	6000	<	10000
最优解	1600	0	0	0	600		最优值	29400

最优方案　目标函数变量系数

变量	最优解	相差值	下限值	当前值	上限值
X1	1600	0	14	15	1E+30
X2	0	2	-1E+30	10	12
X3	0	13.1	-1E+30	7	20.1
X4	0	0.5	-1E+30	13	13.5
X5	600	0	8.66667	9	10

约束条件　常数项

约束	实际值	松弛/剩余量	对偶价格	下限值	当前值	上限值
1	8000	0	0.3	0	8000	10000
2	12000	0	2.25	9600	12000	20000
3	6000	4000	0	6000	10000	1E+30

本模型存在唯一解，且存在对应的唯一对偶价格

资源分配型——产品自制及外购问题

决策结果：

	甲		乙		丙	可用工时
实际安排	1600	0	0	600	0	
每件铸造工时/小时	5×1600=8000					8000
每件机械加工工时/小时	6×1600+4×600=12000					12000
每件装配工时/小时	3×1600+2×600=6000					10000
利润	23-8=15	23-10=13	18-8=10	18-9=9	16-9=7	
总利润	15×1600+9×600=29400					

结果分析见P133

资源分配型——产品自制及外购问题

无公式化应用方法：

决策量数据关系表

决策量	甲自制	甲外协	乙自制	乙外协	丙自制	可用工时
每件铸造工时（小时）	5	0	10	0	7	8000
每件机械加工工时（小时）	6	6	4	4	8	12000
每件装配工时（小时）	3	3	2	2	2	10000
利润（元）	15	13	10	9	7	

资源分配型——产品自制及外购问题

智能式应用方法：

原始数据表

	产品I		产品II		产品III		可用工时
	自制	外协	自制	外协	自制	外协	
工序1工时（小时）	5	-	10	-	7	100	8000
工序2工时（小时）	6	6	4	4	8	100	12000
工序3工时（小时）	3	3	2	2	2	100	10000
工序1自制单件成本（元）	3	-	5	-	4	-	
工序1外协单件成本（元）	-	5	-	6	-	-	
工序2自制单件成本（元）	2	2	1	1	3	-	
工序2外协单件成本（元）	-	-	-	-	-	-	
工序3自制单件成本（元）	3	3	2	2	2	-	
工序3外协单件成本（元）	-	-	-	-	-	-	
每件产品售价（元）	23	23	18	18	16	16	

资源分配型——连续投资问题

例4.2 某部门现有资金300万元，今后五年内考虑给以下的项目投资：

项目A：从第一年到第五年每年年初都可投资，当年末能收回本利110%。

项目B：从第一年到第四年每年年初都可以投资，次年末收回本利125%，但规定每年最大投资额不能超过50万元。

项目C：第三年初需要投资，到第五年末能收回本利140%，但规定最大投资额不能超过100万元。

项目D：第二年初需要投资，到第五年末能收回本利155%，但规定最大投资额不能超过150万元。

应如何确定这些项目每年的投资额，从而使得第五年末拥有资金的本利金额最大？

一、设置决策变量

如下表：

	第1年投资额	第2年投资额	第3年投资额	第4年投资额	第5年投资额
项目A	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
项目B	x_6	x_7	x_8	x_9	
项目C			x_{10}		
项目D		x_{11}			

二、确定目标函数

此问题要求在第五年末该部门所拥有的资金额达到最大，即目标函数最大化，看下表：

	第1年	第2年	第3年	第4年	第5年	5年末收益
项目A	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	1.1 x_5
项目B（≤50/年）	x_6	x_7	x_8	x_9		1.25 x_9
项目C（≤100/年）			x_{10}			1.40 x_{10}
项目D（≤150/年）		x_{11}				1.55 x_{11}

得5年末总收益为：

$$z = 1.1\,x_5 + 1.25\,x_9 + 1.40\,x_{10} + 1.55\,x_{11}$$

故目标函数为： $\max\ z = 1.1\,x_5 + 1.25\,x_9 + 1.40\,x_{10} + 1.55\,x_{11}$

三、确定约束条件

因为项目A每年都可以投资，并且当年末都能收回本息，所以该部门每年都应把资金投出去，手中不应当有剩余的呆滞资金，因此，可得下表：

	第1年	第2年	第3年	第4年	第5年
项目A	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
项目B（≤50/年）	x_6	x_7	x_8	x_9	
项目C（≤100/年）			x_{10}		
项目D（≤150/年）		x_{11}			
当年投资额	x_1+x_6	$x_2+x_7+x_{11}$	$x_3+x_8+x_{10}$	x_4+x_9	x_5
当年可投资额	300	$1.1x_1$	$1.1x_2+1.25x_6$	$1.1x_3+1.25x_7$	$1.1x_4+1.25x_8$

资源分配型——连续投资问题

第一年： $x_1 + x_6 \le 300$

第二年： $x_2 + x_7 + x_{11} \le 1.1\, x_1$

或 $-1.1\, x_1 + x_2 + x_7 + x_{11} \le 0$

第三年： $x_3 + x_8 + x_{10} \le 1.1\, x_2 + 1.25\, x_6$

或 $-1.1\, x_2 + x_3 - 1.25\, x_6 + x_8 + x_{10} \le 0$

第四年： $x_4 + x_9 \le 1.1\, x_3 + 1.25\, x_7$

或 $-1.1\, x_3 + x_4 - 1.25\, x_7 + x_9 \le 0$

第五年： $x_5 \le 1.1\, x_4 + 1.25\, x_8$

或 $-1.1\, x_4 + x_5 - 1.25\, x_8 \le 0$

另外，对项目B，C，D的投资额的限制有：

$x_6 \le 50$　　(项目B每年限投50万元)
$x_7 \le 50$　　(项目B每年限投50万元)
$x_8 \le 50$　　(项目B每年限投50万元)
$x_9 \le 50$　　(项目B每年限投50万元)
$x_{10} \le 100$　　(项目C每年限投100万元)
$x_{11} \le 150$　　(项目D每年限投150万元)

得连续投资问题的线性规划数学模型：

$$\max\ z=1.1x_5+1.25x_9+1.40x_{10}+1.55x_{11}$$

$$\text{s.t.}\quad \begin{cases} x_1+x_6\le 300 \\ -1.1x_1+x_2+x_7+x_{11}\le 0 \\ -1.1x_2+x_3-1.25x_6+x_8+x_{10}\le 0 \\ -1.1x_3+x_4-1.25x_7+x_9\le 0 \\ -1.1x_4+x_5-1.25x_8\le 0 \\ x_6\le 50 \\ x_7\le 50 \\ x_8\le 50 \\ x_9\le 50 \\ x_{10}\le 100 \\ x_{11}\le 150 \\ x_i\ge 0\ (i=1,2,\ldots 10,11) \end{cases}$$

模型求解

资源分配型——连续投资问题

运筹学模型求解系统------线性规划问题

决策变量个数：11　约束条件个数：11　◉ 最大化 ○ 最小化　求 解　返 回

目标函数系数

x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	x11
				1.1				1.25	1.4	1.55

约束条件系数

	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	x11	约束条件实际值	约束关系	约束条件常数项
1	1					1						300	<	300
2	-1.1	1					1				1	0	<	0
3		-1.1	1			-1.25		1		1		0	<	0
4			-1.1	1			-1.25		1			0	<	0
5				-1.1	1			-1.25				-4E-14	<	0
6						1						50	<	50
7							1					45.4545	<	50
8								1				50	<	50
9									1			50	<	50
10										1		100	<	100
11											1	150	<	150

最优解

x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	x11
250	79.5455	0	6.81818	70	50	45.4545	50	50	100	150

最优值：512

最优方案

变量	最优解	目标函数变量系数相差值	下限值	当前值	上限值
X1	250	0	-1.6638	0	0.055
X2	79.5455	0	0	0	0.0484
X3	0	0.044	-1E+30	0	0.044
X4	6.81818	0	-1.21	0	0
X5	70	0	0	1.1	1.12
X6	50	0	-0.055	0	1E+30
X7	45.4545	0	-0.0484	0	0
X8	50	0	0	0	1E+30
X9	50	0	1.21	1.25	1E+30
X10	100	0	1.375	1.4	1E+30
X11	150	0	1.5125	1.55	1E+30

资源分配型——连续投资问题

约束条件

约束	实际值	松弛/剩余量	对偶价格	常数项下限值	当前值	上限值
1	300	0	1.66375	295.041	300	304.132
2	0	0	1.5125	-5.4545	0	4.54545
3	0	0	1.375	-6	0	5
4	0	0	1.21	-6.8182	0	1E+30
5	-4E-14	4.3E-14	1.1	-70	0	1E+30
6	50	0	0.055	0	50	120
7	45.4545	4.54545	0	45.4545	50	1E+30
8	50	0	0	45	50	56
9	50	0	0.04	0	50	56.8182
10	100	0	0.025	95	100	106
11	150	0	0.0375	145.455	150	155.455

本模型存在多解，且存在对应的唯一对偶价格

求解结果：

	第1年	第2年	第3年	第4年	第5年	5年末收益
项目A	x_1=250	x_2=79.545	x_3=0	x_4=6.818	x_5=70	1.1 x_5=77
项目B	x_6=50	x_7=45.455	x_8=50	x_9=50		1.25 x_9=62.5
项目C			x_{10}=100			1.40 x_{10}=140
项目D		x_{11}=150				1.55 x_{11}=232.5
当年投资额	x_1+ x_6 =300	x_2+ x_7+ x_{11}=275	x_3+ x_8+ x_{10} =150	x_4+ x_9 =56.818	x_5=70	
当年可投资额	300	1.1 x_1 =275	1.1 x_2+1.25 x_6 =150	1.1 x_3+1.25 x_7 =56.818	1.1 x_4+1.25 x_8 =70	
5年末总收益						512

结果分析见P139和140

课堂练习1

某塑料厂要用四种化学配料生产一种塑料产品，这四种配料分别由A、B、C三种化学原料配制，三种化学原料的配方及原料价格如下表：

配料	1	2	3	4	价格（元/公斤）
含原料A（%）	30	40	20	15	11
含原料B（%）	20	30	60	40	13
含原料C（%）	40	25	15	30	12

要配制的塑料产品中，要求含有不少于20%的原料A，不少于30%的材料B和不少于20%的原料C。由于技术原因，配料1的用量不能超过30%，配料2的用量不能少于40%。第一次配制的塑料产品不能少于5公斤。请设计一个配料方案，使总成本最低。

成本收益平衡型——合理排班问题

例4.3 一家中型的新华书店根据市场多年客户购书情况，经过详细统计分析后，发现一周每天的客流量都呈现一些规律性的变化，需要对店内售货员安排做相应的调整，所需人员情况如下表：

时间	所需要售货员人数	时间	所需要售货员人数
星期一	20	星期五	28
星期二	24	星期六	32
星期三	25	星期日	34
星期四	20		

为了保证售货员充分休息，要求售货员每周工作五天，休息两天，并要求休息的两天是连续的，问应该如何安排售货员的每天上班人数，既满足工作需要，又使配备的售货员的人数最少？

以每天安排开始上班人数来做决策

一、设置决策变量

设：

x_1为星期一开始安排上班的人数
x_2为星期二开始安排上班的人数
x_3为星期三开始安排上班的人数
x_4为星期四开始安排上班的人数
x_5为星期五开始安排上班的人数
x_6为星期六开始安排上班的人数
x_7为星期日开始安排上班的人数

二、确定目标函数

本问题目标是配备售货员的总人数为最少。

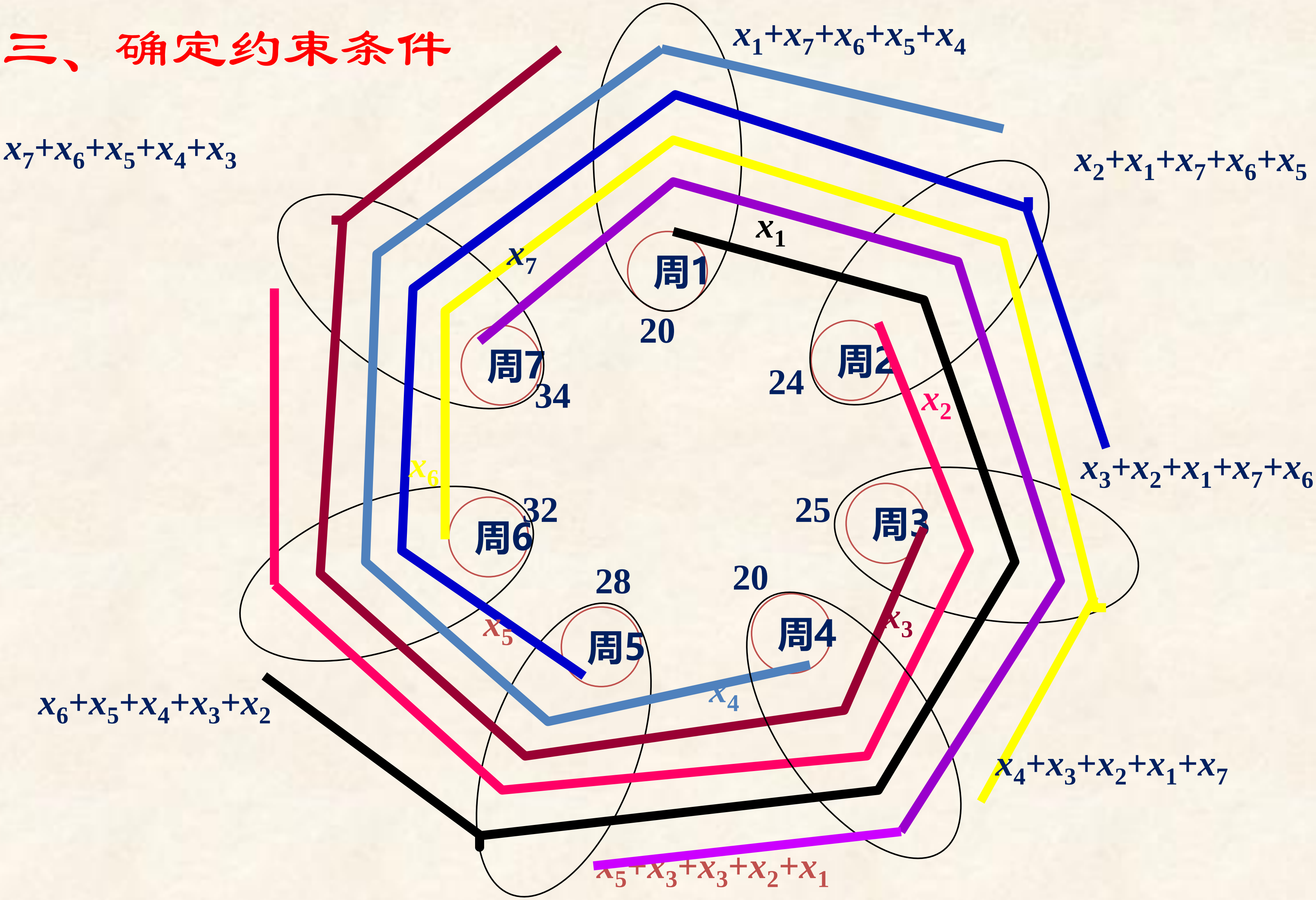
而售货员的总人数为：

$$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7$$

所以目标函数为：

$$\min\ f= x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7$$

三、确定约束条件


$x_1+x_7+x_6+x_5+x_4$
$x_7+x_6+x_5+x_4+x_3$
$x_2+x_1+x_7+x_6+x_5$
$x_3+x_2+x_1+x_7+x_6$
$x_6+x_5+x_4+x_3+x_2$
$x_4+x_3+x_2+x_1+x_7$
$x_5+x_3+x_3+x_2+x_1$
x_1
x_7
周1
20
周7
34
24
周2
x_2
x_6
32
周6
25
周3
28
20
周4
x_3
x_5
周5
x_4

得排班问题的线性规划数学模型：

$$\min \quad f = x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7$$

$$\text{s.t} \quad \begin{cases} x_1+x_4+x_5+x_6+x_7 \ge 20 \\ x_1+x_2+x_5+x_6+x_7 \ge 24 \\ x_1+x_2+x_3+x_6+x_7 \ge 25 \\ x_1+x_2+x_3+x_4+x_7 \ge 20 \\ x_1+x_2+x_3+x_4+x_5 \ge 28 \\ x_2+x_3+x_4+x_5+x_6 \ge 32 \\ x_3+x_4+x_5+x_6+x_7 \ge 34 \\ x_i \ge 0 \quad (i=1, 2, \ldots, 7) \end{cases}$$

模型求解

成本收益平衡型——合理排班问题

运筹学模型求解系统-------线性规划问题

决策变量个数: 7　　约束条件个数: 7　　○ 最大化 ◉ 最小化　　求 解　　返 回

目标函数系数

x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7
1	1	1	1	1	1	1

约束条件系数

	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	约束条件实际值	约束关系	约束条件常数项
1	1			1	1	1	1	21	>	20
2	1	1			1	1	1	24	>	24
3	1	1	1			1	1	25	>	25
4	1	1	1	1			1	21	>	20
5	1	1	1	1	1			28	>	28
6		1	1	1	1	1		32	>	32
7			1	1	1	1	1	34	>	34

最优解

x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7
0	3	13	0	12	4	5

最优值: 37

最优方案　　　　目标函数变量系数

变量	最优解	相差值	下限值	当前值	上限值
X1	0	0	1	1	1E+30
X2	3	0	0	1	1
X3	13	0	0	1	1.5
X4	0	0.33333	0.66667	1	1E+30
X5	12	0	0	1	1.5
X6	4	0	1	1	1.33333
X7	5	0	0	1	1

约束条件　　　　常数项

约束	实际值	松弛/剩余量	对偶价格	下限值	当前值	上限值
1	21	1	0	-1E+30	20	21
2	24	0	-0.3333	22.5	24	43.5
3	25	0	-0.3333	24	25	28
4	21	1	0	-1E+30	20	21
5	28	0	-0.3333	27	28	31
6	32	0	0	28	32	33
7	34	0	-0.3333	32.5	34	38.5

本模型存在多解，且存在对应的唯一对偶价格

成本收益平衡型——合理排班问题

求解结果：

时间	所需要人数	安排上班人数	实际上班人数	剩余人数
星期一	20	0	21	21-20=1
星期二	24	3	24	24-24=0
星期三	25	13	25	25-25=0
星期四	20	0	21	21-20=1
星期五	28	12	28	28-28=0
星期六	32	4	32	32-32=0
星期日	34	5	34	34-34=0
合计	183	37	185	2

结果分析见P146

问题讨论1

以每天安排休息人数来做决策，建立模型，分析求解结果与每天安排上班人数的方法有什么区别。

先以每天安排休息人数来做决策，其结果也同时得到每天上班人数

一、设置决策变量

设： x_1为星期一开始安排休息的人数
x_2为星期二开始安排休息的人数
x_3为星期三开始安排休息的人数
x_4为星期四开始安排休息的人数
x_5为星期五开始安排休息的人数
x_6为星期六开始安排休息的人数
x_7为星期日开始安排休息的人数

二、确定目标函数

本问题目标是配备售货员的总人数为最少。

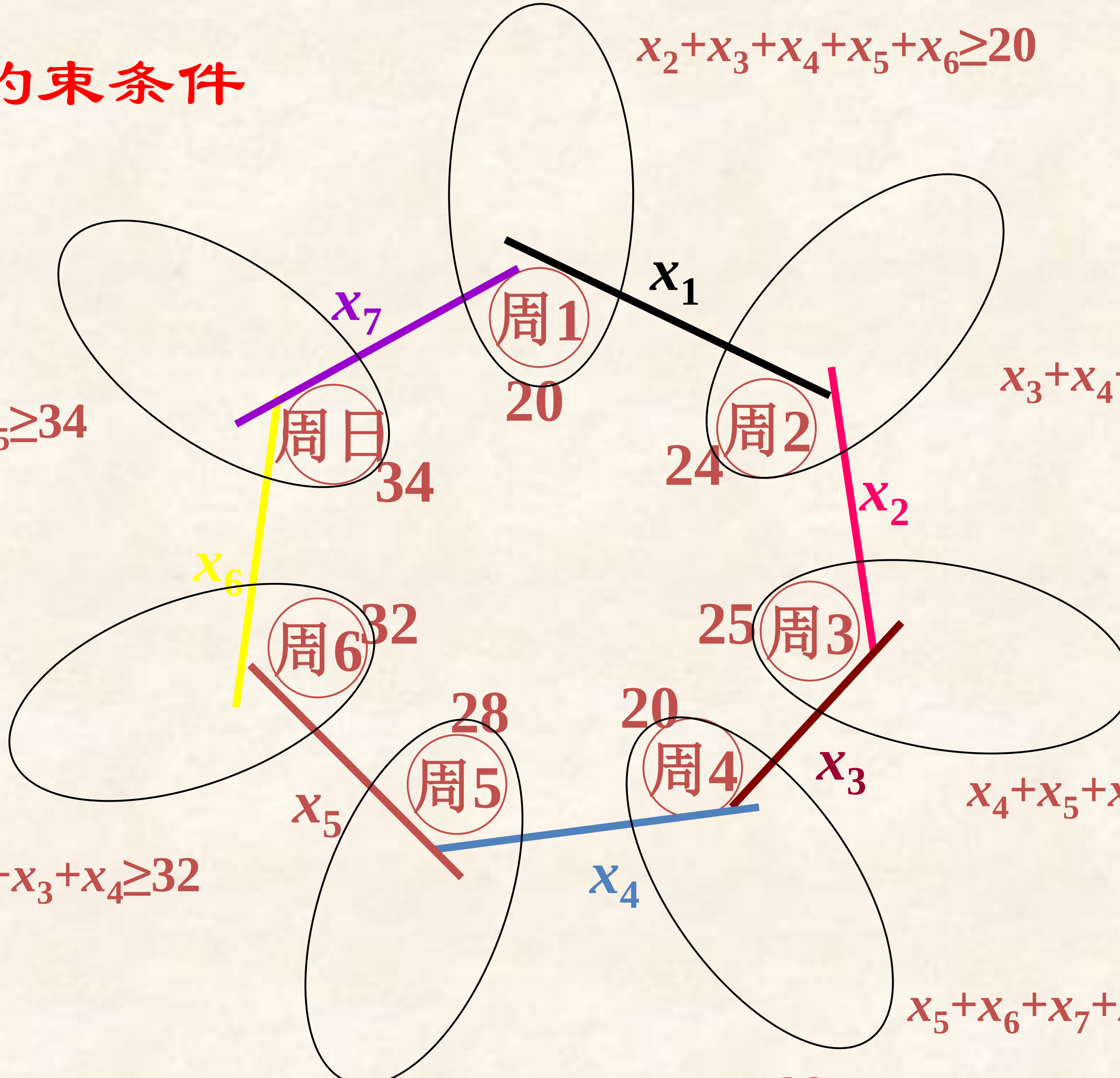
而售货员的总人数为：

$$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7$$

所以目标函数为：

$$\min\ f=x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7$$

三、确定约束条件



$x_2+x_3+x_4+x_5+x_6 \geq 20$

$x_3+x_4+x_5+x_6+x_7 \geq 24$

$x_4+x_5+x_6+x_7+x_1 \geq 25$

$x_5+x_6+x_7+x_1+x_2 \geq 20$

$x_6+x_7+x_1+x_2+x_3 \geq 28$

$x_7+x_1+x_2+x_3+x_4 \geq 32$

$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5 \geq 34$

可得排班问题的线性规划数学模型：

$$\min\ f=x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7$$

$$\text{s.t.}\quad \begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5 \geq 34 \\ x_2+x_3+x_4+x_5+x_6 \geq 20 \\ x_3+x_4+x_5+x_6+x_7 \geq 24 \\ x_1+x_4+x_5+x_6+x_7 \geq 25 \\ x_1+x_2+x_5+x_6+x_7 \geq 20 \\ x_1+x_2+x_3+x_6+x_7 \geq 28 \\ x_1+x_2+x_3+x_4+x_7 \geq 32 \\ x_i \geq 0 \quad (i=1, 2, \ldots, 7) \end{cases}$$

模型求解

成本收益平衡型——合理排班问题

得求解结果：

时间	所需要人数	安排休息人数	实际休息人数	实际上班人数	剩余人数
星期一	20	13	15	37-15=22	22-20=2
星期二	24	0	13	37-13=24	24-24=0
星期三	25	12	12	37-12=25	25-25=0
星期四	20	5	17	37-17=20	20-20=0
星期五	28	4	9	37-9=28	28-28=0
星期六	32	1	5	37-5=32	32-32=0
星期七	34	2	3	37-5=34	34-34=0
合计	183	37	74	185	2

此模型多解！

课堂练习2

某快餐店坐落在一个远离市区的旅游点中，平时游客不多，而在除冬季外每个双休日游客都比较多。该快餐店有两名正式职工，正式职工每天工作8小时，且每个时间段都至少要有一个正式职工在上班，其余工作由临时工来承担，临时工每班工作4小时。在双休日每天上午10时开始营业到下午10时关门。根据游客就餐情况，在双休日每个营业时间段所需职工数（包括正式工和临时工）如下表：

时间段	所需职工数	时间段	所需职工数
10:00-11:00	9	16:00-17:00	3
11:00-12:00	10	17:00-18:00	6
12:00-13:00	10	18:00-19:00	12
13:00-14:00	9	19:00-20:00	12
14:00-15:00	3	20:00-21:00	7
15:00-16:00	3	21:00-22:00	7

课堂练习2

已知一名正式职工10点开始上班，工作4小时后休息1小时，而后再工作4小时；另一名正式职工13点开始上班，工作4小时后休息1小时，而后再工作4小时。临时工每小时的工资为4元。

1. 在满足对职工需求的条件下，如何安排临时工的班次，使得使用临时工的成本为最小？

2. 这时付给临时工的工资总额为多少？一共需要安排多少个班次的临时工？请用剩余量来说明如果安排一些每班工作3小时的临时工班次，可使得总成本更小。

3. 如果临时工每班工作时间可以是3小时，也可以是4小时，那么应如何安排临时工的班次，使得使用临时工的总成本为最小？这样比第1问的结果能节省多少费用？这时要安排多少临时工的班次？

成本收益平衡型——套裁下料问题

例4.4 某工厂要做100套钢架，每套钢架需要长度分别为2.9m，2.1m和1.5m的圆钢各一根。已知原料每根长7.4m，问应如何下料，可使所用原料最省？

一种特殊解决办法：

将一根原材料可以截取圆钢的不同截法都列出来（穷举法）。再用最优化方法确定用多少种哪些截法，以取得最优方案。

这种方法可以用于解决属于该性质的一类决策问题。

用原材料截取三种圆钢的所有不同截法如下表：

下料（根）方案 / 长度/m	1
2.9	2
2.1	0
1.5	1
合计	7.3
余料	0.1

用原材料截取三种圆钢的所有不同截法如下表：

下料（根）方案 / 长度/m	1	2
2.9	2	1
2.1	0	2
1.5	1	0
合计	7.3	7.1
余料	0.1	0.3

用原材料截取三种圆钢的所有不同截法如下表：

下料（根）方案 / 长度/m	1	2	3
2.9	2	1	1
2.1	0	2	1
1.5	1	0	1
合计	7.3	7.1	6.5
余料	0.1	0.3	0.9

成本收益平衡型——套裁下料问题

用原材料截取三种圆钢的所有不同截法如下表：

下料（根）方案 长度/m	1	2	3	4
2.9	2	1	1	1
2.1	0	2	1	0
1.5	1	0	1	3
合计	7.3	7.1	6.5	7.4
余料	0.1	0.3	0.9	0

用原材料截取三种圆钢的所有不同截法如下表：

下料（根）方案 / 长度/m	1	2	3	4	5
2.9	2	1	1	1	0
2.1	0	2	1	0	3
1.5	1	0	1	3	0
合计	7.3	7.1	6.5	7.4	6.3
余料	0.1	0.3	0.9	0	1.1

成本收益平衡型——套裁下料问题

用原材料截取三种圆钢的所有不同截法如下表：

下料（根）方案 / 长度/m	1	2	3	4	5	6
2.9	2	1	1	1	0	0
2.1	0	2	1	0	3	2
1.5	1	0	1	3	0	2
合计	7.3	7.1	6.5	7.4	6.3	7.2
余料	0.1	0.3	0.9	0	1.1	0.2

成本收益平衡型——套裁下料问题

用原材料截取三种圆钢的所有不同截法如下表：

下料（根） 方案 / 长度/m	1	2	3	4	5	6	7
2.9	2	1	1	1	0	0	0
2.1	0	2	1	0	3	2	1
1.5	1	0	1	3	0	2	3
合计	7.3	7.1	6.5	7.4	6.3	7.2	6.6
余料	0.1	0.3	0.9	0	1.1	0.2	0.8

用原材料截取三种圆钢的所有不同截法如下表：

下料（根）方案 / 长度/m	1	2	3	4	5	6	7	8
2.9	2	1	1	1	0	0	0	0
2.1	0	2	1	0	3	2	1	0
1.5	1	0	1	3	0	2	3	4
合计	7.3	7.1	6.5	7.4	6.3	7.2	6.6	6
余料	0.1	0.3	0.9	0	1.1	0.2	0.8	1.4

一、确定决策变量

分别设x_1、x_2、x_3、x_4、x_5、x_6、x_7、x_8为上表中8种方法裁法下料的原材料的根数。如下表：

下料（根） 方案 长度/m	1	2	3	4	5	6	7	8
2.9	2	1	1	1	0	0	0	0
2.1	0	2	1	0	3	2	1	0
1.5	1	0	1	3	0	2	3	4
合计	7.3	7.1	6.5	7.4	6.3	7.2	6.6	6
余料	0.1	0.3	0.9	0	1.1	0.2	0.8	1.4
决策变量	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8

二、确定目标函数

本题的目标是做100套钢架所用的原材料总数最少。而所用的圆钢原材料为：

$$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8$$

所以目标函数为：

$$\min \quad f=x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8$$

三、确定约束条件

$2x_1+x_2+x_3+x_4\geq 100$ （2.9m的圆钢总根数）

$2x_2+x_3+3x_5+2x_6+x_7\geq 100$ （2.1m的圆钢总根数）

$x_1+x_3+3x_4+2x_6+3x_7+4x_8\geq 100$ （1.5m的圆钢总根数）

可得线性规划数学模型：

$$\min \quad f=x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8$$

$$\text{s.t.}\quad \begin{aligned} 2x_1+x_2+x_3+x_4 &\geq 100 \\ 2x_2+x_3+3x_5+2x_6+x_7 &\geq 100 \\ x_1+x_3+3x_4+2x_6+3x_7+4x_8 &\geq 100 \\ x_i \geq 0 \ (i=1,2\ldots 8) & \end{aligned}$$

模型求解

成本收益平衡型——套裁下料问题

运筹学模型求解系统-------线性规

决策变量个数：8　　约束条件个数：3　　○ 最大化 ⊙ 最小化　　求 解

目标函数系数

	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8			
	1	1	1	1	1	1	1	1	约束条件实际值	约束关系	约束条件常数项
约束条件系数											
1	2	1	1	1					100	>	100
2		2	1		3	2	1		100	>	100
3	1		1	3		2	3	4	100	>	100
最优解	10	50	0	30	0	0	0	0		最优值	90

最优方案　　　　目标函数变量系数

变量	最优解	相差值	下限值	当前值	上限值
X1	10	0	1	1	2
X2	50	0	0.4	1	1
X3	0	0.1	0.9	1	1E+30
X4	30	0	0.5	1	1
X5	0	0.1	0.9	1	1E+30
X6	0	0	1	1	1E+30
X7	0	0.1	0.9	1	1E+30
X8	0	0.2	0.8	1	1E+30

约束条件　　　　常数项

约束	实际值	松弛/剩余量	对偶价格	下限值	当前值	上限值
1	100	0	-0.4	83.3333	100	250
2	100	0	-0.3	0	100	133.333
3	100	0	-0.2	25	100	150

本模型存在多解，且存在对应的唯一对偶价格

决策结果

下料 方案 (根) 长度/m	1	2	3	4	5	6	7	8
2.9	2	1	1	1	0	0	0	0
2.1	0	2	1	0	3	2	1	0
1.5	1	0	1	3	0	2	3	4
合计	7.3	7.1	6.5	7.4	6.3	7.2	6.6	6
余料	0.1	0.3	0.9	0	1.1	0.2	0.8	1.4
最优下科方案(根)	10	50	0	30	0	0	0	0

另一决策结果

结果分析见P151和152

下料（根）方案 长度/m	1	2	3	4	5	6	7	8
2.9	2	1	1	1	0	0	0	0
2.1	0	2	1	0	3	2	1	0
1.5	1	0	1	3	0	2	3	4
合计	7.3	7.1	6.5	7.4	6.3	7.2	6.6	6
余料	0.1	0.3	0.9	0	1.1	0.2	0.8	1.4
最优下料方案(根)	40	20	0	0	0	30	0	0

成本收益平衡型——套裁下料问题

本问题在建模时用到了以原材料根数为最少，各种圆钢的实际截取数大于等于需要数。

从建模方法上看，还可以有以下几种，自己讨论：

用料根数最少，约束条件取等于关系

用料总长度最少，约束条件取大于等于关系

用料总长度最少，约束条件取等于关系

余料总长度最少，约束条件取大于等于关系

余料总长度最少，约束条件取等于关系

请大家自己讨论其合理性！

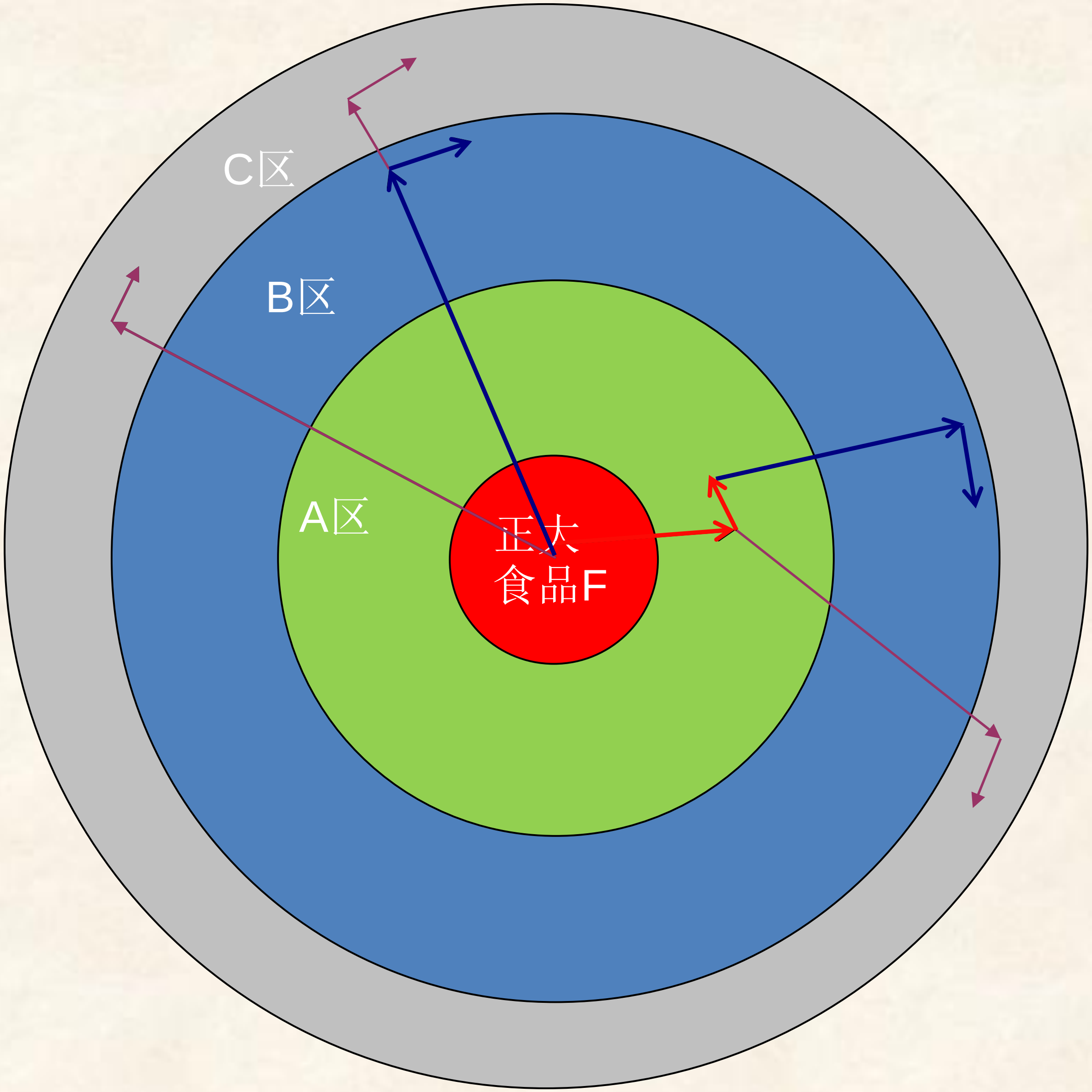
案例：蔬菜运输方案

西兰物业公司承担了正大食品在全市92个零售店的肉类、蛋品和蔬菜的运送业务，运送业务要求每天4点钟开始从总部发货，必须在7:30前送完货（不考虑空车返回时间）。这92个零售点每天需要运送货物0.5吨，其分布情况为：5千米以内为A区，有36个点，从总部到该区的时间为20分钟；10千米以内5千米以上的为B区，有26个点，从总部到该区的时间为40分钟；10千米以上的为C区，有30个点，从总部到该区的时间为60分钟；A区各点间的运送时间为5分钟，B区各点间的运送时间为10分钟，C区各点间的运送时间为20分钟，A区到B区的运送时间为20分钟，B区到C区的运送时间为20分钟，A区到C区的运送时间为40分钟。每点卸货、验收时间为30分钟。该公司准备购买规格为2吨的运送车辆，每车购价5万元。

请用线性规划方法确定每天的运送方案，使购车总费用最少。

引题案例 是一个典型的套裁下料问题

成本收益平衡型——案例解答



成本收益平衡型——案例解答

（一）案例中关键因素及其关系分析：

1. 首先针对一辆车的运送情况作具体分析，进而推广到多辆车的运送情况；

2. 根据案例中的关键点“零售点每天需要运送货物0.5吨”及“规格为2吨的运送车辆”可知就一辆车运送而言，可承担4个零售点的货物量；

3. 根据案例中的“运送业务要求每天4点钟开始从总部发货，必须在7:30前送完货（不考虑空车返回时间）”可知每天货物运送的总时间为210分钟，超过该时间的运送方案即为不合理；

（一）案例中关键因素及其关系分析：

4.如下表以套裁下料的方法列出所有可能的下料方案，再逐个分析。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A	4	3	3	2	2	2	1	1	1	0	0	0
B	0	1	0	2	1	0	3	2	1	4	3	2
C	0	0	1	0	1	2	0	1	2	0	1	2
总计时间	155	170	190	175	185	205	180	190	200	190	200	210
剩余时间	55	40	20	35	25	5	30	20	10	20	10	0

（二）模型构建

1. 设置决策变量

设已穷举的12个方案中方案i所需的车辆数为决策变量x_i（i=1，2…12），即

方案1的运送车数为x_1；

方案2的运送车数为x_2；

方案3的运送车数为x_3；

方案4的运送车数为x_4；

方案5的运送车数为x_5；

方案6的运送车数为x_6；

方案7的运送车数为x_7；

方案8的运送车数为x_8；

方案9的运送车数为x_9；

方案10的运送车数为x_{10}；

方案11的运送车数为x_{11}；

方案12的运送车数为x_{12}。

2. 确定目标函数

问题的目标是使投入的购买车辆总费用为最少，而所需的运送车辆总数为：

$$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8+x_9+x_{10}+x_{11}+x_{12}$$

总费用为:$5\times(x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8+x_9+x_{10}+x_{11}+x_{12})$

目标函数为：

$$\min\ f=5\times(x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8+x_9+x_{10}+x_{11}+x_{12})$$

成本收益平衡型——案例解答

3.确定约束条件

根据案例要求可得到以下三个约束条件：

$$4x_1+3x_2+3x_3+2x_4+2x_5+2x_6+x_7+x_8+x_9 \geq 36$$

$$x_1+2x_4+x_5+3x_7+2x_8+x_9+4x_{10}+3x_{11}+2x_{12} \geq 26$$

$$x_3+x_5+2x_6+x_8+2x_9+x_{11}+2x_{12} \geq 30$$

$$x_i \geq 0 \quad (i=1,2\ldots12)$$

4. 构建数学模型

线性规划数学模型为：

$$\min\ f=5\times(x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8+x_9+x_{10}+x_{11}+x_{12})$$

s.t.

$$4x_1+3x_2+3x_3+2x_4+2x_5+2x_6+x_7+x_8+x_9\ \geq 36$$

$$x_1+2x_4+x_5+3x_7+2x_8+x_9+4x_{10}+3x_{11}+2x_{12}\geq 26$$

$$x_3+x_5+2x_6+x_8+2x_9+x_{11}+2x_{12}\geq 30$$

$$x_i\geq 0\ \ (i=1,2\ldots 12)$$

模型求解

5. 结果分析

课堂演示

问题讨论2

某铜厂轧制的卷装薄铜板宽度为100cm，现在要在宽度上进行切割以完成以下订货任务：32cm的75卷，28cm的50卷，22cm的110卷，其长度都是一样的（125cm）。问应如何切割可使所用的原铜板最少？

混合型——生产安排问题

例4.5 某机械厂生产I，II，III三种产品。每种产品均要经过A，B两道加工工序。设该厂有两种规格的设备能完成工序A，它们以A_1，A_2表示；有三种规格的设备能完成工序B，它们以B_1，B_2，B_3表示。产品I可在工序A和B的任何规格的设备上加工，产品II可在工序A的任何一种规格的设备上加工，但完成工序B时，只能在设备B_1上加工。产品III只能在设备A_2与B_2上加工。已知在各种设备上加工的单件工时、各种设备的有效台时以及满负荷操作时的设备费用如下表所示，另外已知产品I，II，III的原料单价分别为0.25元/件，0.35元/件和0.50元/件，销售单价分别为1.25元/件，2.00元/件和2.80元/件。**要求制定最优的产品加工方案，使该厂利润最大。**

设备	产品单件工时			设备的有效台时	满负荷时的设备费用
	I	II	III		
A_1	5	10		6000	300
A_2	7	9	12	10000	400
B_1	6	8		4000	200
B_2	4		11	7000	700
B_3	7			4000	200

一、设置决策变量

工时分配

设备	工时			设备的有效台时	满负荷时的设备费用
	产品I	产品II	产品III		
A_1	5	10		6000	300
A_2	7	9	12	10000	400
B_1	6	8		4000	200
B_2	4		11	7000	700
B_3	7			4000	200

变量（加工数量）设置

设备	变量（加工数量）			设备的有效台时	满负荷时的设备费用
	产品I	产品II	产品III		
A_1	x_1	x_2		6000	300
A_2	x_3	x_4	x_5	10000	400
B_1	x_6	x_7		4000	200
B_2	x_8		x_9	7000	700
B_3	x_{10}			4000	200

二、确定目标函数

本问题的目标是做出总利润为最大的决策方案。而总利润是各产品在相应设备上加工项的利润之和，用下表来表示。

设备	产品单件利润（元/件）			设备的有效台时（小时）	满负荷时的设备费用（元）
	产品I	产品II	产品III		
A_1	0.25	0.325		6000	300
A_2	0.22	0.465	0.67	10000	400
B_1	0.2	0.425		4000	200
B_2	0.1		0.05	7000	700
B_3	0.15			4000	200
销售价	1.25	2	2.8		
原料成本	0.25	0.35	0.5		

各加工项利润计算表达式

设备	产品单件工时（小时）			设备的有效台时（小时）	满负荷时的设备费用
	I	II	III		
A_1	5	10		6000	300
A_2	7	9	12	10000	400
B_1	6	8		4000	200
B_2	4		11	7000	700
B_3	7			4000	200
销售价	1.25	2	2.8		
原料成本	0.25	0.35	0.5		

`=IF(C4<>0,(C$20-C$21)/2-C4*$G15/$F15,"")`

设备	产品单件利润（元/件）			设备的有效台时（小时）	满负荷时的设备费用
	I	II	III		
A_1	0.25	0.325		6000	300
A_2	0.22	0.465	0.67	10000	400
B_1	0.2	0.425		4000	200
B_2	0.1		0.05	7000	700
B_3	0.15			4000	200
销售价	1.25	2	2.8		
原料成本	0.25	0.35	0.5		

故，目标函数为：

$$\max \quad z=0.25x_1+0.325x_2+0.22x_3+0.465x_4+0.67x_5+0.2x_6+0.425x_7+0.1x_8+0.05x_9+0.15x_{10}$$

三、确定约束条件

本题的约束条件有两个方面：一个是设备的有效台时数，另一个是A、B两道工序上加工的总数量相等。就得到以下关系：

	产品 I		产品 II		产品 III		设备的有效台时
	产量	单件工时	产量	单件工时	产量	单件工时	
A_1	x_1	5	x_2	10			6000
A_2	x_3	7	x_4	9	x_5	12	10000
B_1	x_6	6	x_7	8			4000
B_2	x_8	4			x_9	11	7000
B_3	x_{10}	7					4000

$5x_1+10x_2\leq 6000$ （设备A_1）

$7x_3+9x_4+12x_5\leq 10000$ （设备A_2）

$6x_6+8x_7\leq 4000$ （设备B_1）

$4x_8+11x_9\leq 7000$ （设备B_2）

$7x_{10}\leq 4000$ （设备B_3）

$x_1+x_3-x_6-x_8-x_{10}=0$ （产品I在工序A，B上加工的数量相等）

$x_2+x_4-x_7=0$ （产品II在工序A，B上加工的数量相等）

$x_5-x_9=0$ （产品III在工序A，B上加工的数量相等）

$x_i\geq 0$ （$i=1,2,3,\ldots,10$）

可得线性规划数学模型：

$$\max \quad z=0.25x_1+0.325x_2+0.22x_3+0.465x_4+0.67x_5+0.2x_6+0.425x_7+0.1x_8+0.05x_9+0.15x_{10}$$

$$\text{s.t.}\quad \begin{cases} 5x_1+10x_2\le 6000 \\ 7x_3+9x_4+12x_5\le 10000 \\ 6x_6+8x_7\le 4000 \\ 4x_8+11x_9\le 7000 \\ 7x_{10}\le 4000 \\ x_1+x_3-x_6-x_8-x_{10}=0 \\ x_2+x_4-x_7=0 \\ x_5-x_9=0 \\ x_i\ge 0\ (i=1,2,3,\dots,10) \end{cases}$$

模型求解

混合型——生产安排问题

决策变量个数: 10　约束条件个数: 8　最大化　最小化　求 解　返 回

目标函数系数

约束条件系数

	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	约束条件实际值	约束关系	约束条件常数项
目标函数系数	0.25	0.325	0.22	0.465	0.67	0.2	0.425	0.1	0.05	0.15			
1	5	10									6000	<	6000
2			7	9	12						10000	<	10000
3						6	8				4000	<	4000
4								4	11		7000	<	7000
5										7	4000	<	4000
6	1		1			-1		-1		-1	0	<	0
7		1		1			-1				0	<	0
8					1				-1		0	<	0
最优解	1200	0	230.049	500	324.138	0	500	858.621	324.138	571.429		最优值	1200.57

最优方案　　　　目标函数变量系数

变量	最优解	相差值	下限值	当前值	上限值
X1	1200	0	0.09483	0.25	1E+30
X2	0	0.31034	-1E+30	0.325	0.63534
X3	230.049	0	0.16182	0.22	0.25958
X4	500	0	0.19862	0.465	1E+30
X5	324.138	0	0.60214	0.67	0.83
X6	0	0.25302	-1E+30	0.2	0.45302
X7	500	0	0.08764	0.425	1E+30
X8	858.621	0	0.04182	0.1	0.12468
X9	324.138	0	-0.0179	0.05	0.21
X10	571.429	0	-0.0655	0.15	1E+30

混合型——生产安排问题

约束条件

约束	实际值	松弛/剩余量	对偶价格	常数项 下限值	当前值	上限值
1	6000	0	0.0369	5305.06	6000	7678.57
2	10000	0	0.02207	9393.51	10000	12350
3	4000	0	0.08642	1911.11	4000	4539.11
4	7000	0	0.04138	5657.14	7000	7555.95
5	4000	0	0.03079	1650	4000	4972.92
6	0	0	0.06552	-335.71	0	138.988
7	0	0	0.26638	-261.11	0	67.3882
8	0	0	0.40517	-122.08	0	50.5411

本模型存在唯一解，且存在对应的唯一对偶价格

混合型——生产安排问题

决策结果：

	产品I产量	产品II产量	产品III产量	设备的有效台时
A1	1200	0		6000
A2	230	500	324.1	10000
B1	0	500		4000
B2	858.6		324.1	7000
B3	571.4			4000
合计	1430	500	324.1	

最优值：1200.57

结果分析见P160

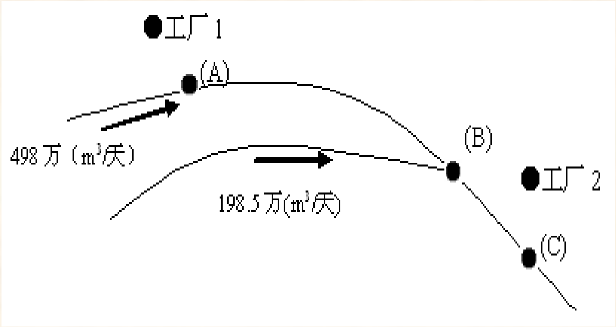
课堂练习3

数据分析靠近某河流有两个工厂（见下图）。流经第一个工厂的河水流量是每天498万m³；在两个工厂之间有一条流量为每天198.5万m³的支流。第一个工厂每天排放工业污水2万m³；第二个工厂每天排放工业污水1.5万m³。从第一个工厂排出的污水流到第二个工厂之前，有20%可自然净化。根据环保要求，河流中的工业污水含量应不大于0.2%。若这两个工厂都各自处理一部分污水，第一个工厂处理污水的成本是1000元/万m³，第二个工厂处理污水的成本是800元/万m³。现在要问在满足环保要求的前提下，每个工厂各应处理多少污水，才能使两厂总的处理污水费用最小?

1、分析模型的建立

2、模型的解如右图。

问：若两厂再各增加0.1万m³排放其结果将会如何？



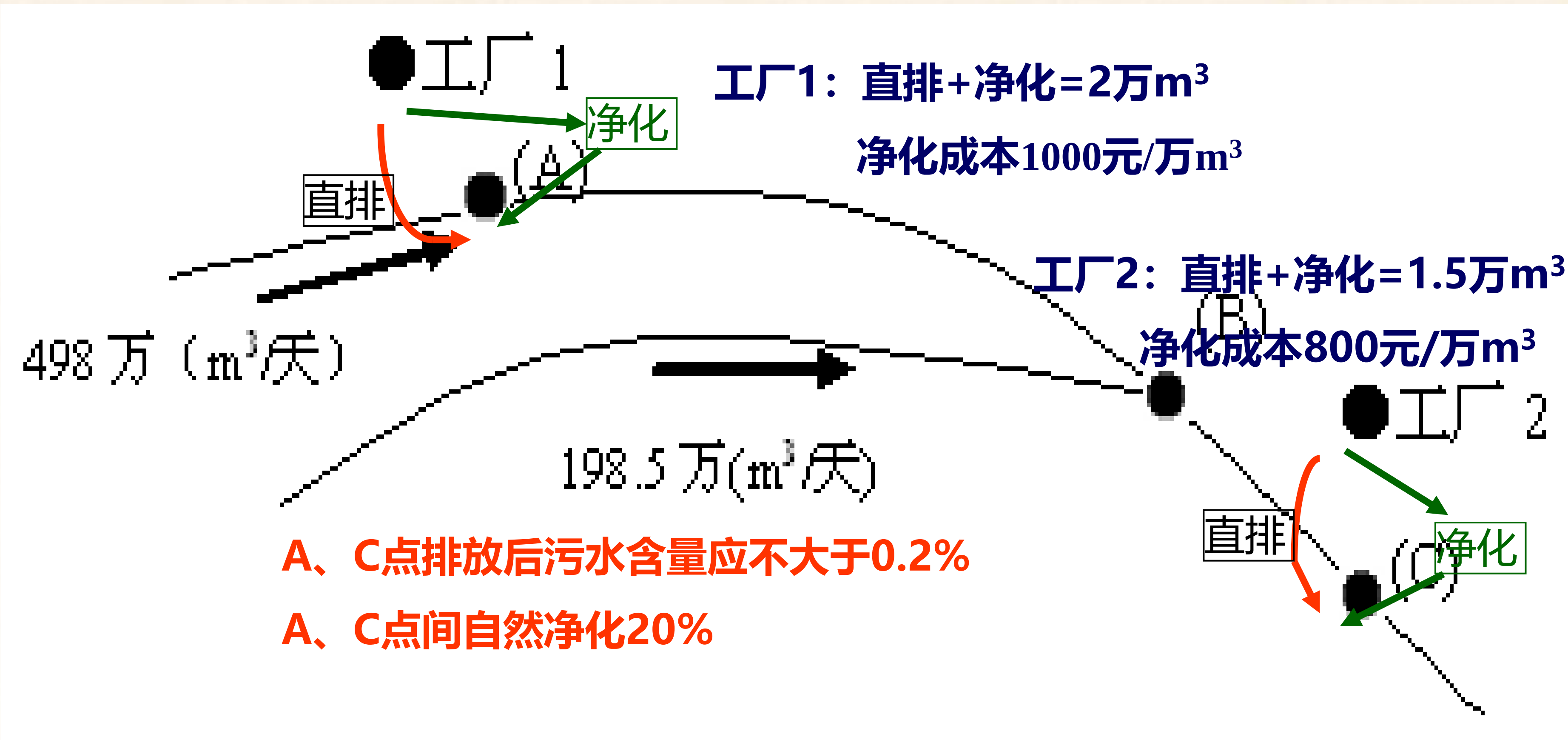
数学模型：

$$
\begin{aligned}
\min\ & f = 1000x_1 + 800x_2 \\
\text{s.t.}\ & x_1 \le 2 \\
& x_2 \le 1.5 \\
& x_1 \ge 1 \\
& 0.8x_1 + x_2 \ge 1.7 \\
& x_1,\ x_2 \ge 0
\end{aligned}
$$

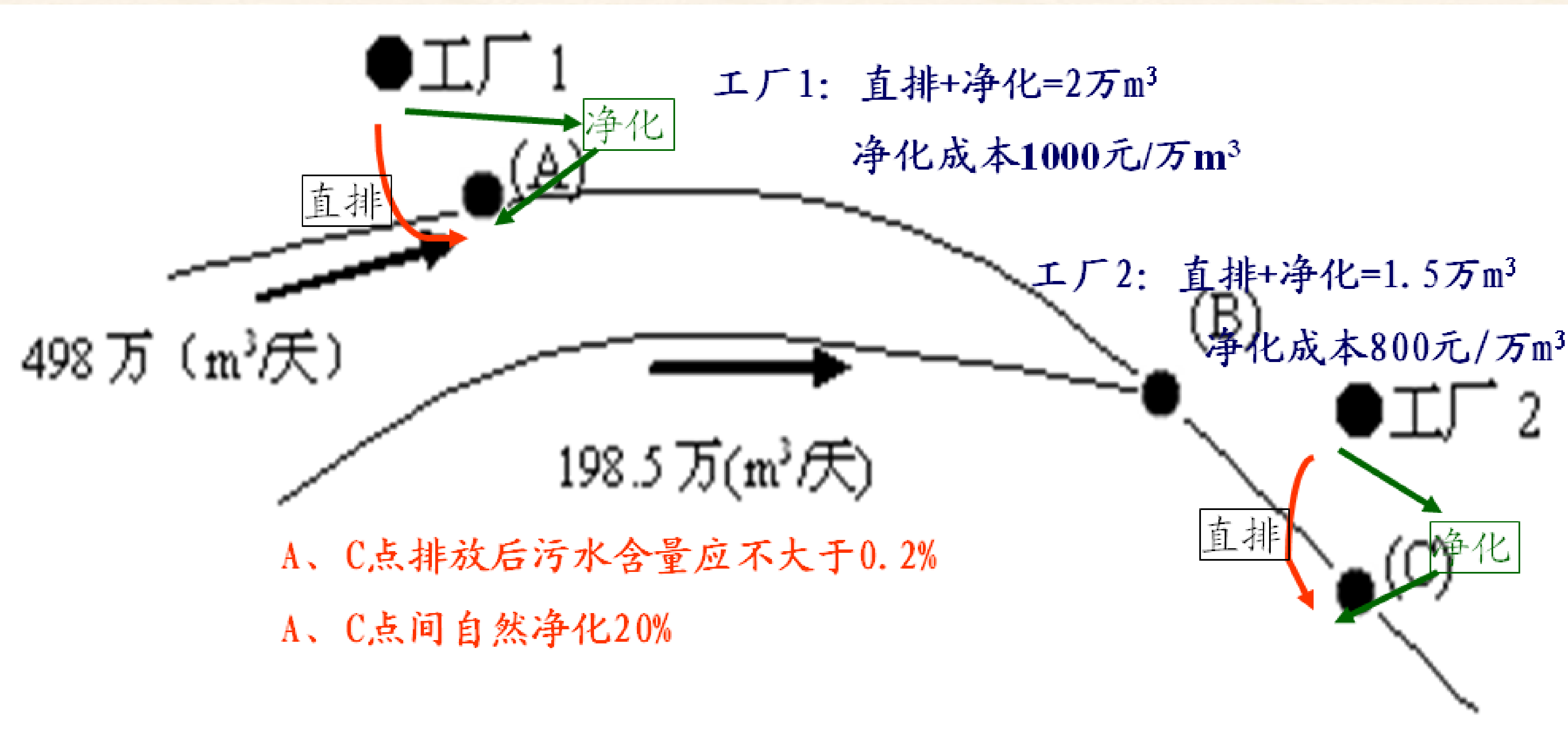
最优解		最优值
1	0.9	1720

对偶价格	下限值	当前值	上限值
0	1	2	1E+30
0	0.9	1.5	1E+30
-360	0.25	1	2
-800	0.8	1.7	2.3

课堂练习3


工厂1
净化
(A)
直排
工厂1：直排+净化=2万m^3
净化成本1000元/万m^3
498万（m^3/天）
198.5万(m^3/天)
工厂2：直排+净化=1.5万m^3
(B)
净化成本800元/万m^3
工厂2
直排
净化
(C)
A、C点排放后污水含量应不大于0.2%
A、C点间自然净化20%

课堂练习3



工厂1
工厂1：直排+净化=2万m³
净化成本1000元/万m³
净化
(A)
直排
498万（m³/天）
198.5万(m³/天)
工厂2：直排+净化=1.5万m³
(B)
净化成本800元/万m³
工厂2
直排
净化
(C)
A、C点排放后污水含量应不大于0.2%
A、C点间自然净化20%

课堂练习3

$$(2.1 - x_1)/500.1 \le 2/1000$$

$$(0.8 \times (2.1 - x_1) + (1.6 - x_2))/700.2 \le 2/1000$$

$$(2.1 - x_1) \le 1.0002$$

$$1.68 - 0.8 x_1 + 1.6 - x_2 \le 1.4004$$

$$x_1 \ge 1.0998$$

$$0.8x_1 + x_2 \ge 1.8796$$

百分之一百法则判断：

第三约束条件的实际增加值：1.0998-1=0.0998；允许增加值：2-1=1

第四约束条件的实际增加值：1.8796-1.7=0.1796；允许增加值：2.3-1.7=0.6

而0.0998/1+0.1796/0.6=0.39913<1（前两个约束条件的允许增值不限）

所以可以直接用原对偶价格。由此求得增加污水处理费：

0.0998*360+0.1796*800=35.928+143.68=179.608(元)

本章小结

重点内容：

1. 掌握各种类型问题的分析思路

2. 了解无公式化应用方法和智能式应用方法

THE END， Thanks！