

兰州大学管理学院
School of Management, Lanzhou University

第七讲 目标规划模型

宗胜亮

zongshl@lzu.edu.cn

课程知识结构导航



纵横运筹学

理论分析
数据、模型、决策

不确定型决策

风险型决策

确定型决策

运筹学基础模型

原理、方法与操作

最大最小准则
最大最大准则
等可能性准则
乐观系数准则
后悔值准则

期望值准则
全情报价值准则
样本情报价值准则
效用值准则

线性规划模型
线性规划模型拓展
动态规划
排队论
存储论
.....

运筹学模型的应用拓展

原理、方法与操作

价值系数变化影响
常数项变化影响
百分之百法则
相差值分析

LP灵敏度分析
线性规划应用
整数规划模型
运输问题模型
目标规划模型
网络优化模型

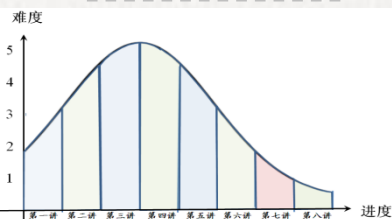
最短路模型
最小费用流模型
最大流模型
最小支撑树模型

生产安排问题
排班问题
套裁下料问题
连续投资问题

纯整数规划模型
0-1整数规划模型
混合整数规划模型
整数规划的特殊应用

产销平衡运输模型
产大于销运输模型
销大于产运输模型
条件产销不平衡模型
转运问题模型

有优先级目标规划
加权目标规划



问题的提出

- 线性规划只研究在满足一定条件下，单一目标函数取得最优解，而现实中，经常遇到**多目标决策问题**，如拟订生产计划时，不仅考虑总产值，同时要考虑利润，产品质量和设备利用率等。
- 线性规划致力于某个目标函数的**最优解**，这个最优解若是超过了实际的需要，很可能是以过分地消耗了约束条件中的某些资源作为代价。

问题的提出

- 线性规划把各个约束条件的重要性不分主次地等同看待，不符合实际情况。
- 求解线性规划问题，首先要求约束条件必须相容，如果约束条件中，由于人力，设备等资源条件的限制，使约束条件之间出现了矛盾，就得不到问题的可行解，但生产还得继续进行。
- 为了弥补线性规划问题的局限性，解决有限资源和计划指标之间的矛盾，在线性规划基础上，建立目标规划方法，从而使一些线性规划无法解决的问题得到满意的解答。

案例展示

例7.1 一位投资商有一笔资金准备购买股票。资金总额为10万元，目前可选的股票有A和B两种（可以同时投资于两只股票）。其价格以及年收益率和风险系数如下表所示。

股票	价格 (元)	年收益 (元)	风险系数
A	25	3	0.5
B	50	4.5	0.3

假设这两只股票可以以元为单位购买，**试求一种投资方案，使得一年的总投资风险值不高于800（指数），且投资收益不低于1.2万元。**

案例展示



每种股票的年收益率、年风险率、风险指数以及收益。

股票	年收益率	年风险率	全投资风险 (指数)	全投收益 (元)
A	12%	2%	2000	12000
B	9%	0.6%	600	9000

案例展示



设A, B两种股票的投资额分别为 x_1 和 x_2 , 可得约束条件如下:

$$x_1 + x_2 \leq 100000 \quad (\text{投资总额})$$

$$0.12 x_1 + 0.09 x_2 \geq 12000 \quad (\text{总收益})$$

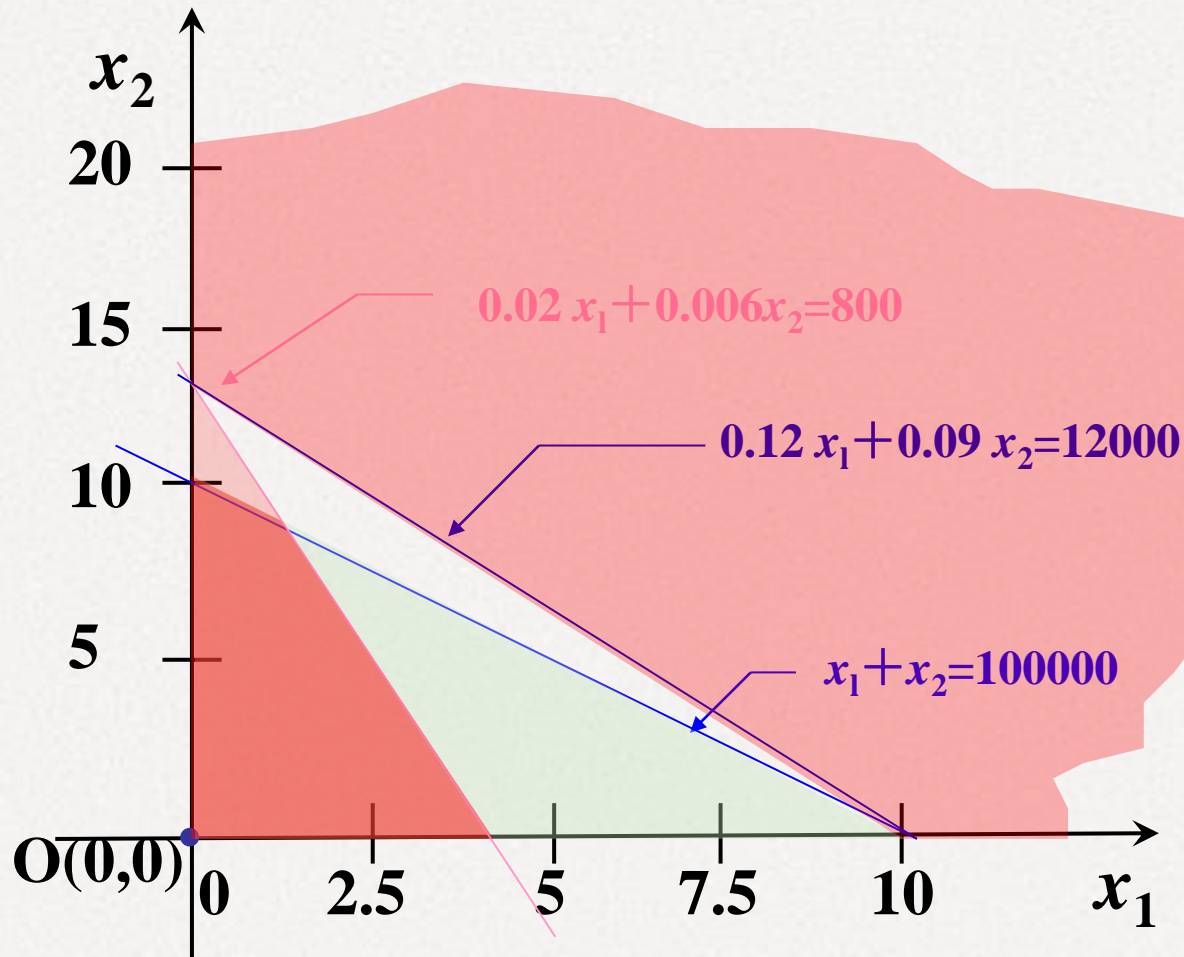
$$0.02 x_1 + 0.006 x_2 \leq 800 \quad (\text{总风险})$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

案例展示



三个约束条件的图形关系



案例展示



分析结论: 没有可行域, 即没有同时满足上述三个约束条件的 x_1, x_2 。因此, 无解!

没有可行域，但还必须进行决策。



多个目标

- 每个目标都必须考虑
- 既然达不到就找距目标偏差最小的

目标规划

有具体的目标值但不一定是最优且未必能达到

仍是线性规划应用的拓展

多个目标

每个目标都必须考虑

既然达不到就找距目标偏差最小的



重要的目标**尽量保证**

次要的目标**尽量满足**

多个目标

每个目标都必须考虑

既然达不到就找距目标的偏差最小

重要的目标尽量保证

次要的目标尽量满足

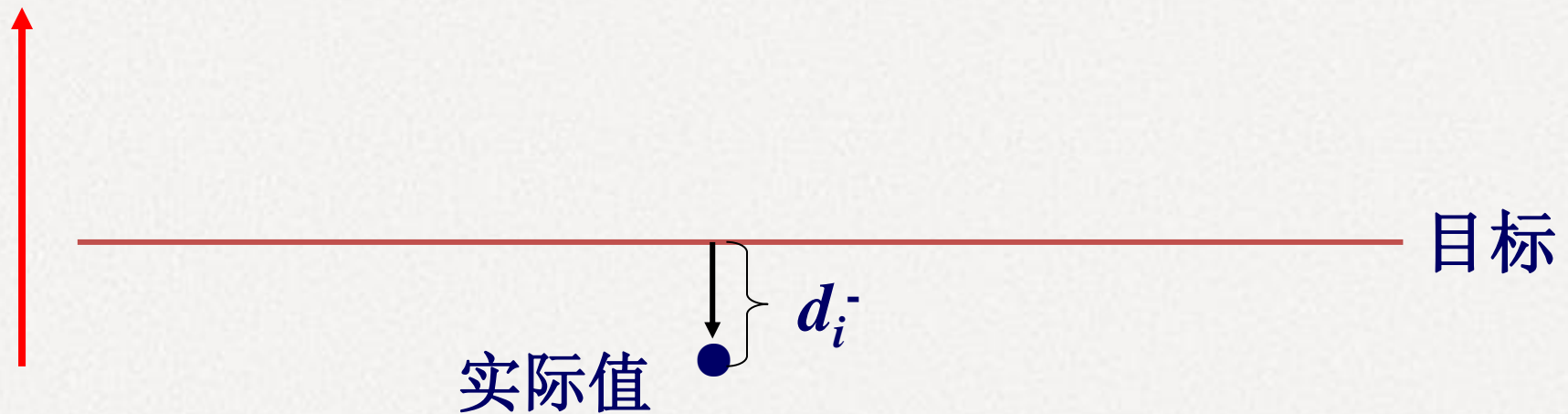
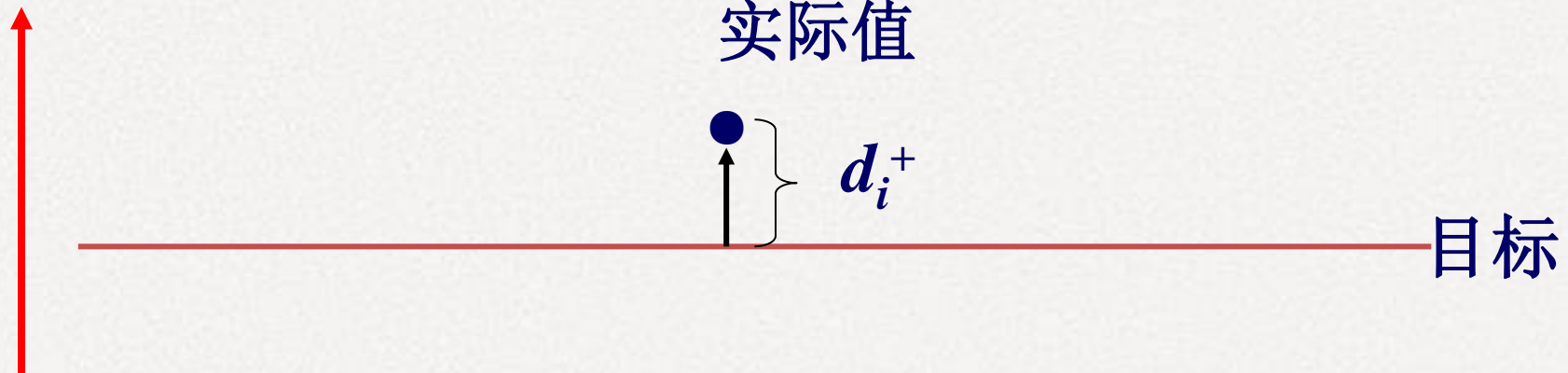
分优先级或加权重

应用目标规划模型

引入偏差变量 d_i^+ , d_i^-

其中, d_i^+ 表示在第*i*个约束的结果中高于目标的部分, d_i^- 表示在第*i*个约束的结果中低于目标的部分, $d_i^+ \geq 0$ 、 $d_i^- \geq 0$ (但两者都必定存在一个固定的关系: 若 $d_i^+ > 0$ 必定有 $d_i^- = 0$; $d_i^- > 0$ 也必定有 $d_i^+ = 0$, 两者不会同时大于0)。但其约束结果中等于目标时, d_i^+ 、 d_i^- 都同时等于0。

即约束条件: 实际值 - $d_i^+ + d_i^- =$ 常数项 (目标值)



目标规划模型

有优先级的目标规划模型

加权目标规划模型

有优先级的目标规划模型



目标函数： $\min d_i^+$

或 $\min d_i^-$

或 $\min (d_i^+ + d_i^-)$

例7.1解析

在一般的投资活动中，都有争取收益最大化和风险最小化两个目标。

第一目标：降低风险

第二目标：增加收益

因此，对于该投资决策问题，就应该建立有两个优先级的目标规划模型。

➤ 确定决策变量

绝对变量

偏差变量

➤ 确定目标函数

第一个目标函数为 $\min d_1^+$

第二个目标函数为 $\min d_2^-$

➤ 确定约束条件

绝对约束

目标约束

有优先级的目标规划模型

第一级目标规划模型：

“不要高于目标值”，就力求高于目标的部分为最小

$$\min d_1^+$$

绝对约束

s.t.

$$x_1 + x_2 \leq 100000$$

条件约束
(目标约束)

$$0.02x_1 + 0.006x_2 - d_1^+ + d_1^- = 800$$

$$x_1, x_2, d_1^+, d_1^- \geq 0$$

绝对变量

偏差变量

决策变量

所有约束条件只与该级及前期的目标有关

有优先级的目标规划模型



第二级目标规划模型：

$$\min d_2^-$$

$$\text{s.t.} \quad x_1 + x_2 \leq 100000$$

$$0.02 x_1 + 0.006 x_2 - d_1^+ + d_1^- = 800$$

$$0.12 x_1 + 0.09 x_2 - d_2^+ + d_2^- = 12000$$

增加第一级 d_1^+ 的结果

$$x_1, x_2, d_1^+, d_1^-, d_2^+, d_2^- \geq 0$$

有优先级的目标规划模型



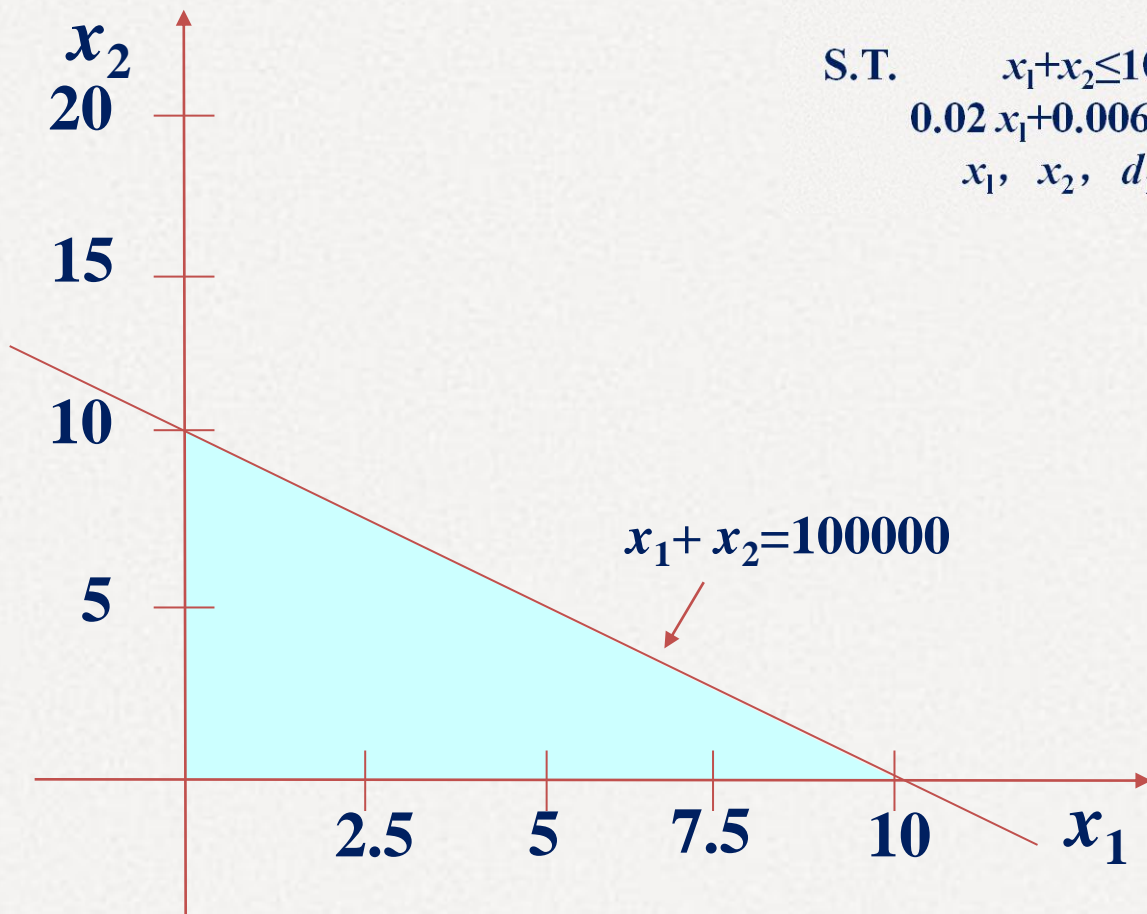
由于目标规划中，绝对变量和偏差变量的性质不同，所以与一般线性规划模型相比，看起来相似，但求解方法则完全不同。因此，仍用**图解法**来了解其中的不同。

有优先级的目标规划模型

图解法-----例7.1第一级

$$\min d_1^+$$

$$\begin{aligned} \text{S.T.} \quad & x_1 + x_2 \leq 100000 \\ & 0.02x_1 + 0.006x_2 - d_1^+ + d_1^- = 800 \\ & x_1, x_2, d_1^+, d_1^- \geq 0 \end{aligned}$$

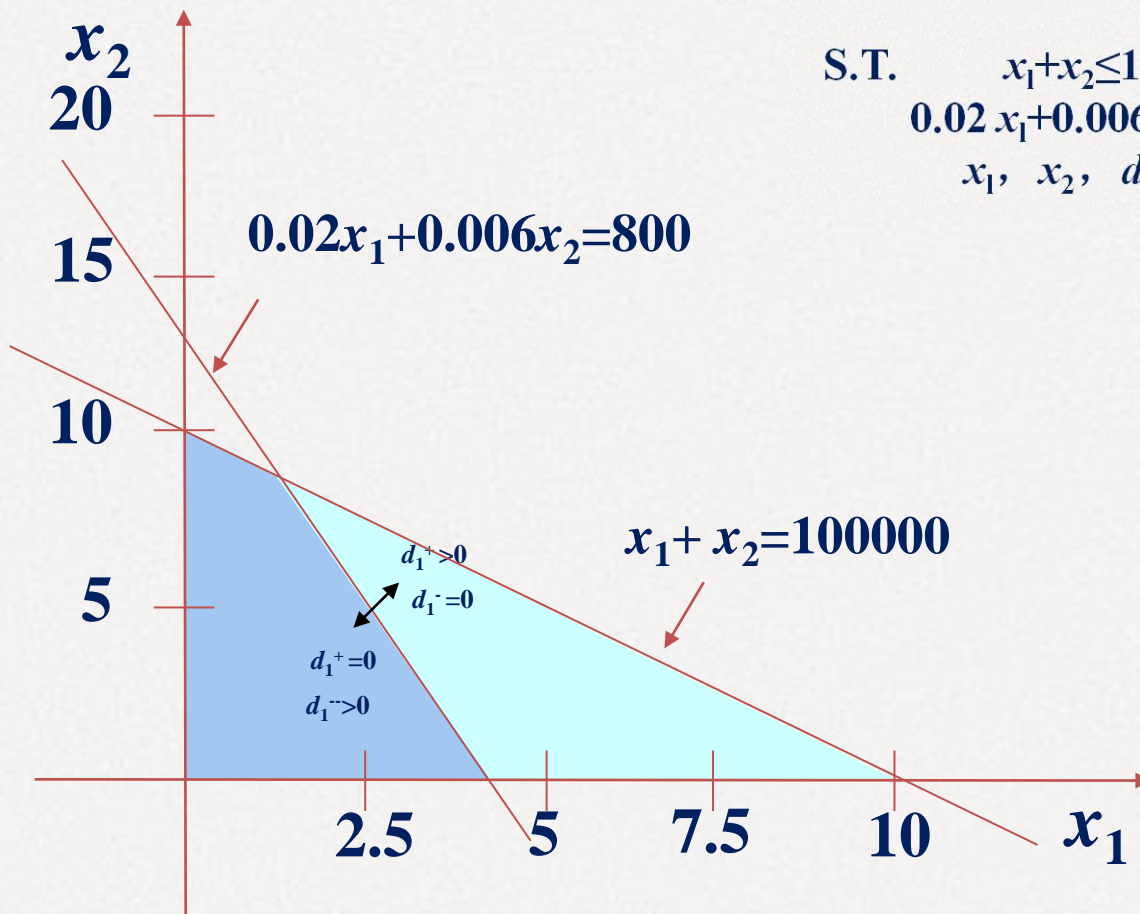


有优先级的目标规划模型

图解法-----例7.1第一级

$$\min d_1^+$$

$$\begin{aligned} \text{S.T.} \quad & x_1 + x_2 \leq 100000 \\ & 0.02x_1 + 0.006x_2 - d_1^+ + d_1^- = 800 \\ & x_1, x_2, d_1^+, d_1^- \geq 0 \end{aligned}$$



有优先级的目标规划模型

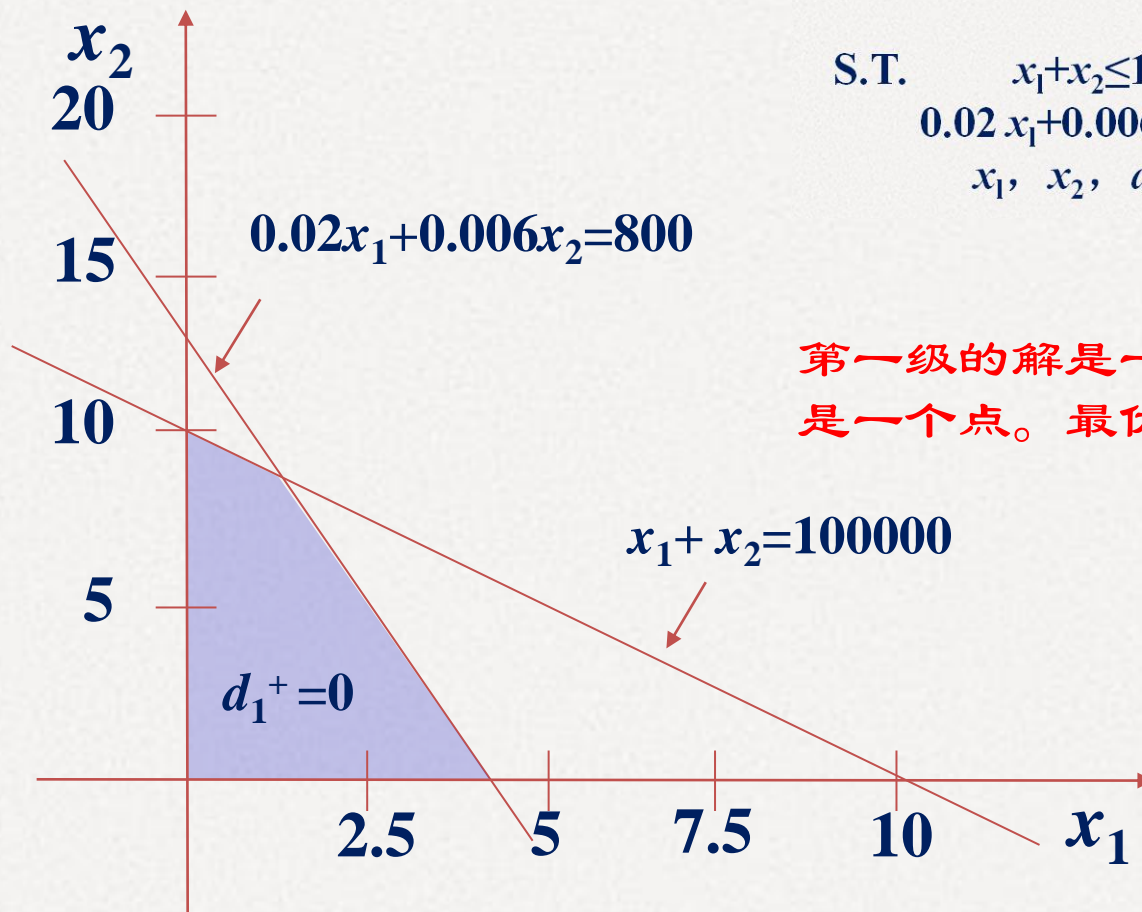
图解法-----例7.1第一级

$$\min d_1^+$$

$$\text{S.T. } x_1 + x_2 \leq 100000$$

$$0.02x_1 + 0.006x_2 - d_1^+ + d_1^- = 800$$

$$x_1, x_2, d_1^+, d_1^- \geq 0$$



第一级的解是一个区域，而不是一个点。最优值是 $d_1^+ = 0$

图解法-----例7.1第二级

数学模型：

$$\min d_2^-$$

$$\text{s. t.} \quad x_1 + x_2 \leq 100000$$

$$0.02 x_1 + 0.006 x_2 - d_1^+ + d_1^- = 800$$

$$0.12 x_1 + 0.09 x_2 - d_2^+ + d_2^- = 12000$$

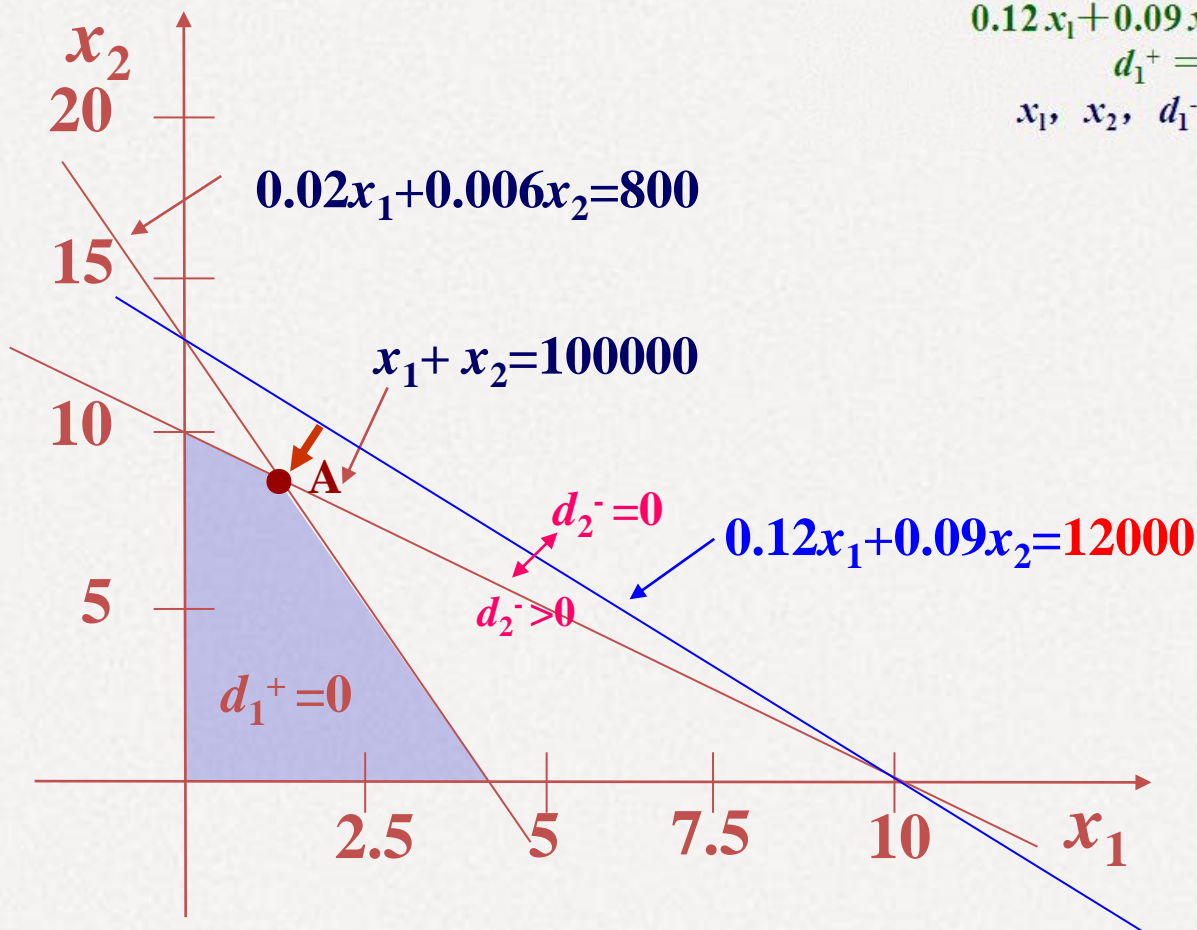
$$d_1^+ = 0$$

$$x_1, x_2, d_1^-, d_2^+, d_2^- \geq 0$$

有优先级的目标规划模型

图解法-----例7.1第二级

$$\begin{aligned}
 & \min d_2^- \\
 \text{S.T.} \quad & x_1 + x_2 \leq 100000 \\
 & 0.02x_1 + 0.006x_2 - d_1^+ + d_1^- = 800 \\
 & 0.12x_1 + 0.09x_2 - d_2^+ + d_2^- = 12000 \\
 & d_1^+ = 0 \\
 & x_1, x_2, d_1^-, d_2^+, d_2^- \geq 0
 \end{aligned}$$



图解法-----例7.1

最优解: A点的坐标是 (14285.71, 85714.29)

最优值: 第一级 $d_1^+ = 0$

第二级 $d_2^- = 2751.43$

即其结果为:

总风险为800; 总收益为 $0.12 \times 14285.71 + 0.09 \times 85714.29 = 9428.57 < 12000$ 。还差2571.43没有达到第二个目标。

本案例中, 优先级高的目标实现了, 并付出了优先级低的目标没有实现的代价。

有优先级的目标规划模型的求解过程：

- 分级确定解的可行域
- 对优先级高的目标求解，如果找不到能满足的目标解，则寻找最接近该目标的解
- 对优先级次之的目标进行求解，但必须保证所有优先级高的目标不变
- 重复第3步，直至所有优先级目标都求解完

有优先级的目标规划模型

目标规划数学模型的标准形式——例7.1

表示优先级

$$\min \quad p_1(d_1^+) + p_2(d_2^-)$$

s. t.

$$x_1 + x_2 \leq 100000$$

$$0.02x_1 + 0.006x_2 - d_1^+ + d_1^- = 800$$

$$0.12x_1 + 0.09x_2 - d_2^+ + d_2^- = 12000$$

$$x_1, x_2, d_1^+, d_1^-, d_2^+, d_2^- \geq 0$$

包括所有的约束条件

有优先级的目标规划模型



用计算机程序求解时，由计算机进行不间断的分级计算，同时给出分级决策结果。因而可以将目标规划数学模型表述为标准形式。

有优先级的目标规划模型

一次获得各级的最终结果：

运筹学模型求解系统-----优先级目标规划

绝对变量个数: 2

绝对约束个数: 1

目标约束个数: 2

优先级个数: 2

求解

		偏差变量									
		d_1^-	d_1^+	d_2^-	d_2^+	最优值					
优先级	优先级1	1				0					
	优先级2				1	2571.43					
		0	0	0	2571.43						
		X1	X2	实际值	关系	常数项					
绝对约束	约束1	1	1	100000	<	100000					
					实现值		目标值	正偏差	负偏差	平衡值	关系
目标约束	约束1	0.02	0.006	800		800	0	0	800	=	800
	约束2	0.12	0.09	9428.57		12000	0	2571.43	12000	=	12000

14285.7	85714.3
---------	---------

整数属性: 1: 整数变量、2: 0-1变量

第1级结果

绝对变量	X1	X2			最优值	0
	0	0				
偏差变量	d_1^-	d_1^+	d_2^-	d_2^+		
	0	800	0	0		

第2级结果

绝对变量	X1	X2			最优值	2571.43
	14285.7	85714.3				
偏差变量	d_1^-	d_1^+	d_2^-	d_2^+		
	0	0	0	2571.43		

有优先级目标规划模型的特征：

- 所有决策模型都是最小化目标，且都只包含偏差变量，不包含绝对变量
- 约束条件中可以有绝对约束和条件约束，但条件约束都是“=”
- 需要分级建模型、分级求解，每一级都只解决一组目标的最小值问题，上级目标函数值，要作为下级的约束条件来使用（每级都是保证在前期决策结果的前提下进行再决策）
- 目标规划的模型可分为标准型和分级型，但具体求解只能按分级型求解

模型转换： 将简单有优先权目标规划模型转换为分级的有优先权目标规划模型

$$\min f = P_1 d_1^+ + P_2 (d_2^+ + d_3^+ + d_4^+) + P_3 (d_5^- + d_6^-)$$

$$s. t. \quad 500 x_1 + 500 x_2 + 1000 x_3 + d_1^- - d_1^+ = 9000$$

$$x_1 + d_2^- - d_2^+ = 3$$

$$-x_1 + x_2 + d_3^- - d_3^+ = 3$$

$$-x_2 + x_3 + d_4^- - d_4^+ = 0$$

$$x_2 + d_5^- - d_5^+ = 4.5$$

$$x_3 + d_6^- - d_6^+ = 4.5$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0, d_i^+, d_i^- \geq 0, i=1, 2, \dots, 6.$$

课堂练习1



模型转换： 将简单有优先权目标规划模型转换为分级的有优先权

先权目标规划模型

$$\text{Min } f = P_1 d_1^+ + P_2 (d_2^+ + d_3^+ + d_4^+) + P_3 (d_5^- + d_6^-)$$

$$\text{S.T. } 500 x_1 + 500 x_2 + 1000 x_3 + d_1^- - d_1^+ = 9000$$

$$x_1 + d_2^- - d_2^+ = 3$$

$$-x_1 + x_2 + d_3^- - d_3^+ = 3$$

$$-x_2 + x_3 + d_4^- - d_4^+ = 0$$

$$x_2 + d_5^- - d_5^+ = 4.5$$

$$x_3 + d_6^- - d_6^+ = 4.5$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0, \quad d_i^+, d_i^- \geq 0, \quad i=1,2,\dots,6。$$

$$\text{Min } f = P_1 d_1^+ + P_2 (d_2^+ + d_3^+ + d_4^+) + P_3 (d_5^- + d_6^-)$$

$$\text{S.T. } 500 x_1 + 500 x_2 + 1000 x_3 + d_1^- - d_1^+ = 9000$$

$$x_1 + d_2^- - d_2^+ = 3$$

$$-x_1 + x_2 + d_3^- - d_3^+ = 3$$

$$-x_2 + x_3 + d_4^- - d_4^+ = 0$$

$$x_2 + d_5^- - d_5^+ = 4.5$$

$$x_3 + d_6^- - d_6^+ = 4.5$$

$$d_i^+, d_i^- \geq 0, \quad i=1,2,\dots,6。$$

课堂练习1



第一级:

$$\begin{aligned} & \min \quad d_1^+ \\ \text{s.t.} \quad & 500 x_1 + 500 x_2 + 1000 x_3 + d_1^- - d_1^+ = 9000 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0, \quad d_1^+, d_1^- \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Min } f &= P_1 d_1^+ + P_2 (d_2^+ + d_3^+ + d_4^+) + P_3 (d_5^- + d_6^-) \\ \text{S.T.} \quad & 500 x_1 + 500 x_2 + 1000 x_3 + d_1^- - d_1^+ = 9000 \\ & x_1 + d_2^- - d_2^+ = 3 \\ & -x_1 + x_2 + d_3^- - d_3^+ = 3 \\ & -x_2 + x_3 + d_4^- - d_4^+ = 0 \\ & x_2 + d_5^- - d_5^+ = 4.5 \\ & x_3 + d_6^- - d_6^+ = 4.5 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0, \quad d_i^+, d_i^- \geq 0, \quad i=1,2,\dots,6. \end{aligned}$$

课堂练习1



第二级:

$$\begin{aligned} \text{Min } f &= P_1 d_1^+ + P_2 (d_2^+ + d_3^+ + d_4^+) + P_3 (d_5^- + d_6^-) \\ \text{S.T. } & 500 x_1 + 500 x_2 + 1000 x_3 + d_1^- - d_1^+ = 9000 \\ & x_1 + d_2^- - d_2^+ = 3 \\ & -x_1 + x_2 + d_3^- - d_3^+ = 3 \\ & -x_2 + x_3 + d_4^- - d_4^+ = 0 \\ & x_2 + d_5^- - d_5^+ = 4.5 \\ & x_3 + d_6^- - d_6^+ = 4.5 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0, d_i^+, d_i^- \geq 0, i=1,2,\dots,6. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{min } & (d_2^+ + d_3^+ + d_4^+) \\ \text{s.t. } & 500 x_1 + 500 x_2 + 1000 x_3 + d_1^- - d_1^+ = 9000 \end{aligned}$$

$$x_1 + d_2^- - d_2^+ = 3$$

$$-x_1 + x_2 + d_3^- - d_3^+ = 3$$

$$-x_2 + x_3 + d_4^- - d_4^+ = 0$$

增加第一级 d_1^+ 的最优值为约束条件

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0, d_i^+, d_i^- \geq 0, i=1, 2, 3, 4$$

$$d_1^+ = 4$$

课堂练习1

第三级

$$\text{Min } (d_5^- + d_6^-)$$

$$\text{S.T. } 500x_1 + 500x_2 + 1000x_3 + d_1^- - d_1^+ = 9000$$

$$x_1 + d_2^- - d_2^+ = 3$$

$$-x_1 + x_2 + d_3^- - d_3^+ = 3$$

$$-x_2 + x_3 + d_4^- - d_4^+ = 0$$

$$x_2 + d_5^- - d_5^+ = 4.5$$

$$x_3 + d_6^- - d_6^+ = 4.5$$

增加第一级 d_1^+ 的最优值为约束条件

增加第二级 d_2^+ 、 d_3^+ 、 d_4^+ 的最优值为约束条件

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0, d_i^+, d_i^- \geq 0, i=1, 2, \dots, 6。$$

$$\text{Min } f = P_1 d_1^+ + P_2 (d_2^+ + d_3^+ + d_4^+) + P_3 (d_5^- + d_6^-)$$

$$\text{S.T. } 500x_1 + 500x_2 + 1000x_3 + d_1^- - d_1^+ = 9000$$

$$x_1 + d_2^- - d_2^+ = 3$$

$$-x_1 + x_2 + d_3^- - d_3^+ = 3$$

$$-x_2 + x_3 + d_4^- - d_4^+ = 0$$

$$x_2 + d_5^- - d_5^+ = 4.5$$

$$x_3 + d_6^- - d_6^+ = 4.5$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0, d_i^+, d_i^- \geq 0, i=1, 2, \dots, 6。$$

$$d_2^+ = 3$$

$$d_3^+ = 4$$

$$d_4^+ = 2$$

有优先级的目标规划模型

例7.2 某公司近期准备投放两个新产品A、B，为保证一次投放成功，公司决定在大量投放前先做一次从生产到销售一体化的小批量试点。已知生产一件产品A需要成本200元，生产一件产品B需要成本300元。A，B产品的单位利润分别为250元和125元。

企业决策层决定：

该批试点的**首要任务**是保证质量和资金投入，要求总耗费资金不能低于60000元，但也不能超过68000元的极限；

次要任务是要求总的利润不低于70000元；

在前两个任务的前提下，为了保证库存需要，要求产品A和B的总产量分别不低于200件和120件。由于B产品比A产品更重要，再假设B完成最低产量120件的重要性是A完成200件重要性的2倍。

试做该试点安排的最优决策。

有优先级的目标规划模型



按决策层的要求，该决策问题分三个优先级： P_1 ， P_2 ， P_3 ，
从高至低来表示

对应 P_1 有两个目标：总耗费资金不能低于60000元，也不能超过
68000元；

对应 P_2 有一个目标：总利润不低于70000元；

对应 P_3 有两个目标：产品A和B的总产量分别不低于200和120件。

这是三个优先级、五个目标的规划模型

一、确定决策变量

1、绝对变量

设： x_1 , x_2 分别为安排产品A和B的产量

2、偏差变量

对应 P_1 有两个目标：

分别设 d_1^+ 、 d_1^- 为投入资金高于和低于68000元的部分

设 d_2^+ 、 d_2^- 为投入资金高于和低于60000元的部分

对应 P_2 有一个目标：

设 d_3^+ 、 d_3^- 为总利润超过和低于70000元的部分

对应 P_3 有两个目标：

设 d_4^+ 、 d_4^- 为产品A的总产量高于和低于200件的部分

设 d_5^+ 、 d_5^- 为产品B的总产量高于和低于120件的部分

二、确定目标函数

1、第一优先级目标函数

$$\min p_1(d_1^+) + p_1(d_2^-)$$

2、第二优先级目标函数

$$\min p_2(d_3^-)$$

3、第三优先级目标函数

$$\min p_3(d_4^-) + p_3(2d_5^-)$$



三、确定约束条件

本问题没有绝对约束，只有条件约束

1、对于第一优先级

$$200x_1 + 300x_2 - d_1^+ + d_1^- = 68000 \quad (\text{总资金不超过68000元})$$

$$200x_1 + 300x_2 - d_2^+ + d_2^- = 60000 \quad (\text{总资金不少于60000元})$$

2、对于第二优先级

$$250x_1 + 125x_2 - d_3^+ + d_3^- = 70000 \quad (\text{总利润不低于70000元})$$

3、对于第三优先级

$$x_1 - d_4^+ + d_4^- = 200 \quad (\text{A产量不低于200件})$$

$$x_2 - d_5^+ + d_5^- = 120 \quad (\text{B产量不低于120件})$$

得目标规划数学模型（标准型）

$$\min \quad f = p_1(d_1^+ + d_2^-) + p_2(d_3^-) + p_3(d_4^- + 2d_5^-)$$

$$\text{s. t.} \quad 200x_1 + 300x_2 - d_1^+ + d_1^- = 68000$$

$$200x_1 + 300x_2 - d_2^+ + d_2^- = 60000$$

$$250x_1 + 125x_2 - d_3^+ + d_3^- = 70000$$

$$x_1 - d_4^+ + d_4^- = 200$$

$$x_2 - d_5^+ + d_5^- = 120$$

$$x_1, x_2, d_i^+, d_i^- \geq 0, \quad i=1, 2, 3, 4, 5$$

若用计算机求解，直接录入模型即可

有优先级的目标规划模型

图解模型

第一级：

$$200x_1 + 300x_2 = 68000$$

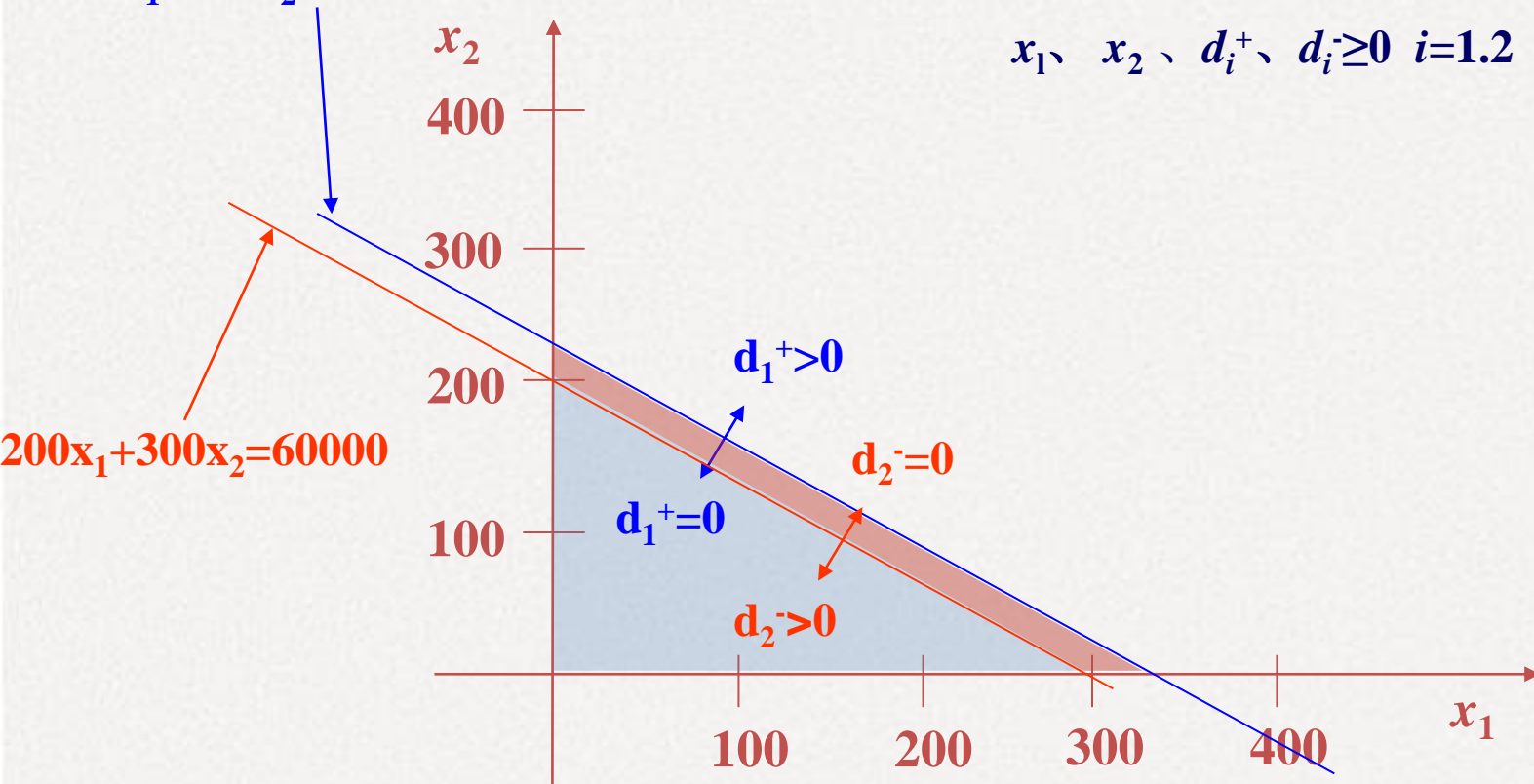
$$200x_1 + 300x_2 = 60000$$

$$\min (d_1^+ + d_2^-)$$

$$200x_1 + 300x_2 - d_1^+ + d_1^- = 68000$$

$$200x_1 + 300x_2 - d_2^+ + d_2^- = 60000$$

$$x_1, x_2, d_i^+, d_i^- \geq 0 \quad i=1,2$$



有优先级的目标规划模型

$$\min d_3^-$$

$$200x_1 + 300x_2 - d_1^+ + d_1^- = 68000$$

$$200x_1 + 300x_2 - d_2^+ + d_2^- = 60000$$

$$250x_1 + 125x_2 - d_3^+ + d_3^- = 70000$$

$$d_1^+ = 0$$

$$d_2^- = 0$$

$$x_1, x_2, d_i^+, d_i^- \geq 0 \quad i=1,2,3$$

第二级：

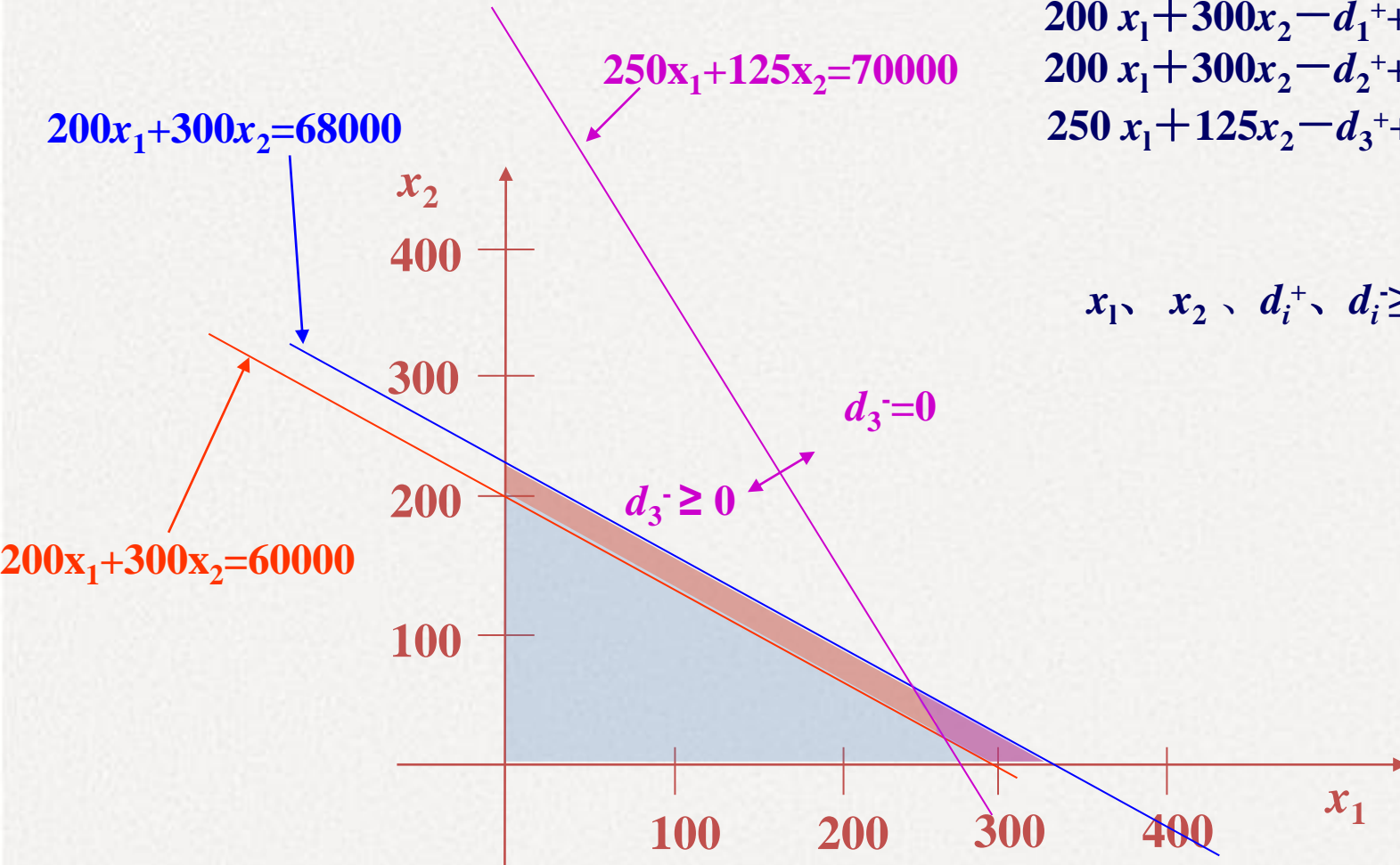
$$200x_1 + 300x_2 = 68000$$

$$200x_1 + 300x_2 = 60000$$

$$250x_1 + 125x_2 = 70000$$

$$d_3^- = 0$$

$$d_3^- \geq 0$$



有优先级的目标规划模型

第三级：

$$\min (d_4^- + 2d_5^-)$$

$$200x_1 + 300x_2 - d_1^+ + d_1^- = 68000$$

$$200x_1 + 300x_2 - d_2^+ + d_2^- = 60000$$

$$250x_1 + 125x_2 - d_3^+ + d_3^- = 70000$$

$$x_1 - d_4^+ + d_4^- = 200$$

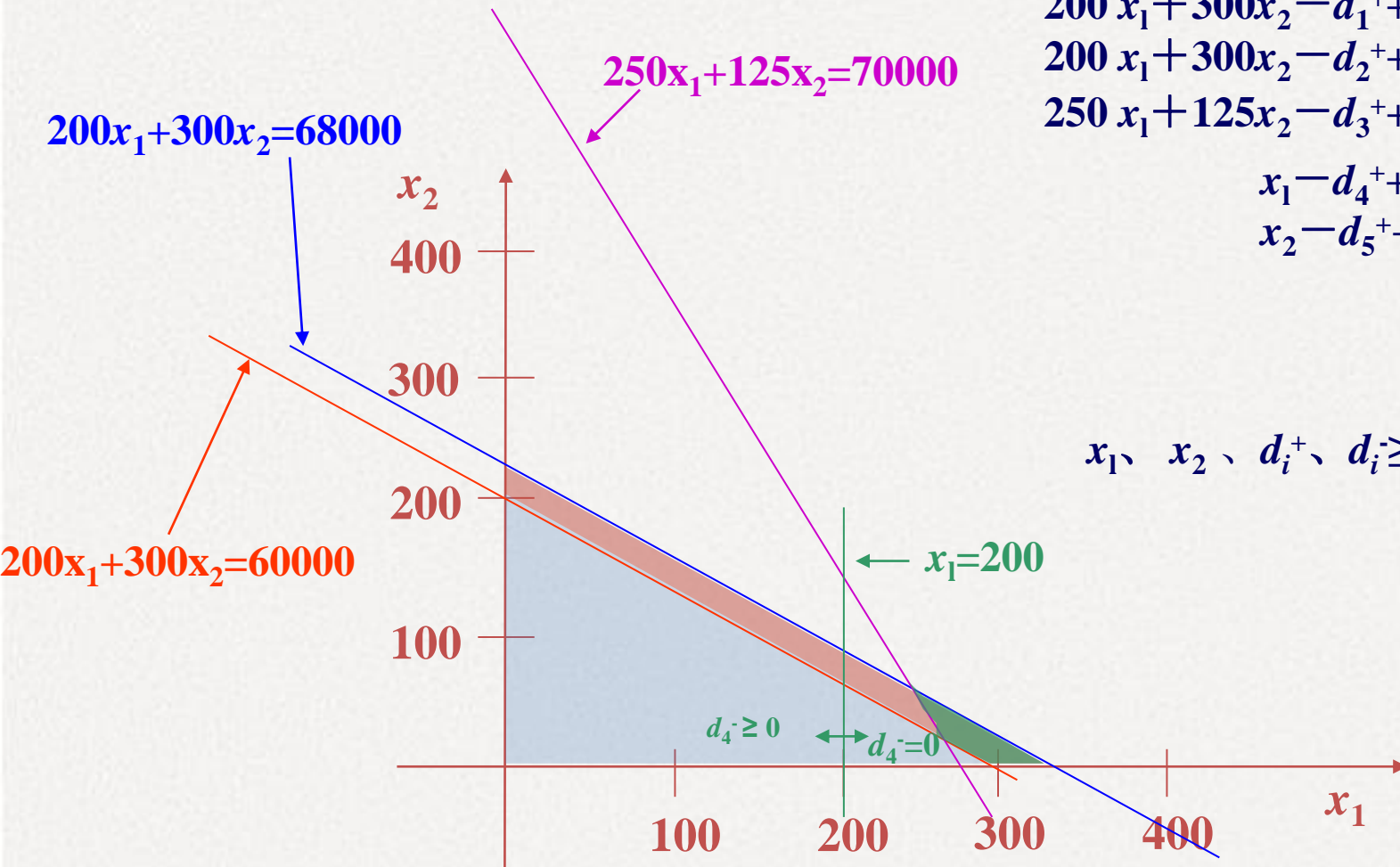
$$x_2 - d_5^+ + d_5^- = 120$$

$$d_1^+ = 0$$

$$d_2^- = 0$$

$$d_3^- = 0$$

$$x_1, x_2, d_i^+, d_i^- \geq 0 \quad i=1,2,3,4,5$$



有优先级的目标规划模型

第三级：

$$\min (d_4^- + 2d_5^-)$$

$$200x_1 + 300x_2 - d_1^+ + d_1^- = 68000$$

$$200x_1 + 300x_2 - d_2^+ + d_2^- = 60000$$

$$250x_1 + 125x_2 - d_3^+ + d_3^- = 70000$$

$$x_1 - d_4^+ + d_4^- = 200$$

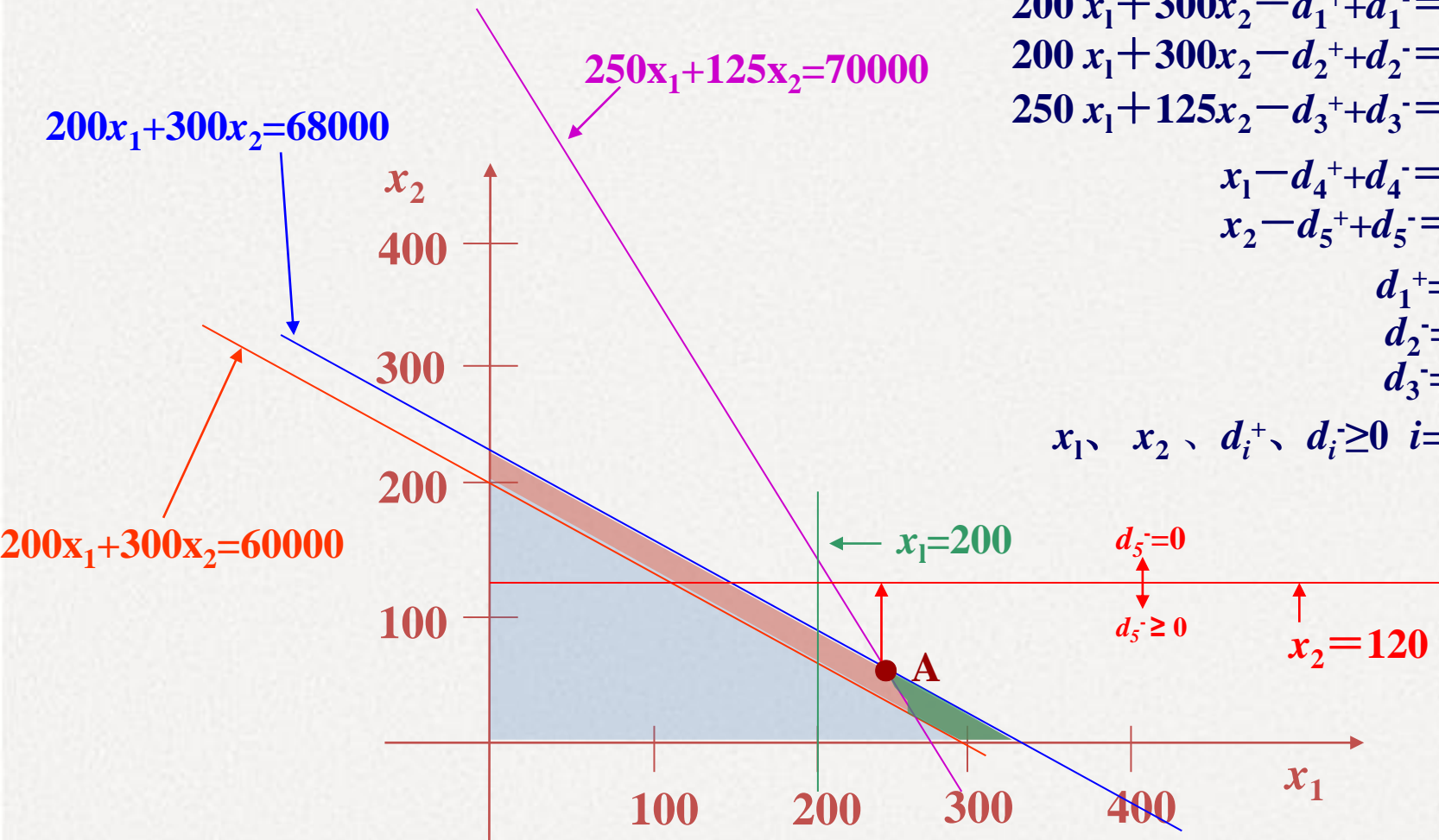
$$x_2 - d_5^+ + d_5^- = 120$$

$$d_1^+ = 0$$

$$d_2^- = 0$$

$$d_3^- = 0$$

$$x_1, x_2, d_i^+, d_i^- \geq 0 \quad i=1,2,3,4,5$$



有优先级的目标规划模型



求解结果：

最优解：

最优目标函数值

$$x_1 = 250, \quad x_2 = 60$$

$$d_1^+ = 0$$

$$d_2^- = 0$$

$$d_3^- = 0$$

$$d_4^- = 0$$

$$d_5^- = 60$$

第一级： $d_1^+ + d_2^- = 0$

第二级： $d_3^- = 0$

第三级： $d_4^- + 2 d_5^- = 120$

即：安排产品A250件，产品B60件，投入资金68000元，实现利润70000元，A产品的件数比200件多50件，B产品的件数比120少60件，没有达到全部的目标，但实现了距全部目标最近的预期。

问题讨论1



该决策结果中，A产品的产量实现不低于最低值的目标，而B产品没有实现。怎么理解已考虑的B产品实现目标重要性的要求。



加权目标规划模型

加权目标规划是另一种解决多目标决策问题的方法，其基本方法是通过量化的方法分配给每个目标偏离严重程度一个罚数权重，然后建立总的目标函数，该目标函数表示的目标是要使每个目标函数与各自目标的加权偏差之和最小。此时，除具有**两种性质不同的决策变量**外，所有单个的目标函数及约束条件都符合线性规划的要求，因此整个问题就可以表述为一个单目标规划模型。



加权目标规划模型

如在例7.2中对总耗费资金超过68000元或低于60000元的每元罚数权重定为7；总利润低于70000元时，每元的罚数权重定为5；产品A产量低于200件时每件罚数权重定为2，而产品B产量低于120件时每件罚数权重定为4，则其目标变为

$$\min f=7d_1^{++}+7d_2^{-}+5d_3^{-}+2d_4^{-}+4d_5^{-}$$

约束条件与有优先级目标规划一样。

加权目标规划模型

得加权目标规划数学模型

$$\begin{aligned} \min \quad & f=7d_1^++7d_2^-+5d_3^-+2d_4^-+4d_5^- \\ \text{s.t.} \quad & 200x_1+300x_2-d_1^++d_1^-=68000 \\ & 200x_1+300x_2-d_2^++d_2^-=60000 \\ & 250x_1+125x_2-d_3^++d_3^-=70000 \\ & x_1-d_4^++d_4^-=200 \\ & x_2-d_5^++d_5^-=120 \\ & x_1, x_2, d_i^+, d_i^- \geq 0, i=1, 2, 3, 4, 5. \end{aligned}$$

模型求解

加权目标规划模型

绝对变量个数:

运筹学模型求解系统-----加权目标规划问题

绝对约束个数:

目标约束个数:

求解

返回

偏差变量

		d_1^-	d_1^+	$d+2$	$d-2$	$d+3$	$d-3$	$d+4$	$d-4$	$d+5$	$d-5$	最优值
优先级	优先级1	7			7		5		2		4	240
		0	0	8000	0	0	0	50	0	0	60	

		实现值	目标值	正偏差	负偏差	平衡值	关系	目标值
目标约束	约束1	200	300	68000		68000	=	68000
	约束2	200	300	68000		60000	=	60000
	约束3	250	125	70000		70000	=	70000
	约束4	1		250		200	=	200
	约束5		1	60		120	=	120

整数属性:

250	60
-----	----

 1: 整数变量、2: 0-1变量

策略结果:

绝对变量	X1	X2	最优值	240						
	250	60								
偏差变量	d_1^-	d_1^+	d_2^-	d_2^+	d_3^-	d_3^+	d_4^-	d_4^+	d_5^-	d_5^+
	0	0	8000	0	0	0	50	0	0	60

计算机程序求解结果

$$x_1 = 250, x_2 = 60$$

$$d_1^+ = 0, d_1^- = 0, d_2^+ = 0, d_2^- = 8000$$

$$d_3^+ = 0, d_3^- = 0$$

$$d_4^+ = 50, d_4^- = 0, d_5^+ = 0, d_5^- = 60$$

$$\text{目标函数为 } d_4^- + 2 d_5^- = 120$$

与有优先权模型结果一样

目标规划问题中两种不同性质规划模型（有优先权目标规划模型和加权目标规划模型）决策的异同点。

线性规划与目标规划的比较



	线性规划LP	目标规划GP
目标函数	min, max 系数可正负	min , 偏差变量 系数 ≥ 0
变量	x_i, x_s, x_a	x_i, x_s, x_a, d
约束条件	系统约束 (绝对约束)	目标约束 系统约束
解	最优	满意

课堂练习2



某企业生产两种化学粘合剂A和B。这两种粘合剂的强度不同，生产1升A需要20分钟，生产1升B需要25分钟。加工两种粘合剂所用的原料都为树脂D，1升树脂D可以加工1升A或者1升B。树脂D的保质期2周，已知树脂D的库存为300升。并且该企业每周正常工作5天，每天8小时。该企业期望达到以下目标：

首要任务：保持工厂满负荷运转；同时加班时间控制在20小时以内；

次要任务：至少生产110升A；同时至少生产120升B；

最后，考虑使用完所有的树脂D。

设前两个优先级对应的两个目标的重要程度相同。

请建立相应的目标规划模型，并用图解法求解。

重点内容：

1. 用图解法求解有优先级目标规划模型
2. 简单有优先权目标规划模型转换为分级的有优先权目标规划模型

THE END, Thanks !